Processos e Concorrência
Teste - 20 Junho, 2013 (17.30h - Sala CP3 202)

***Nota**: O teste, com duração de 2h, é composto por 10 questões, cada uma cotada para 2 valores.*

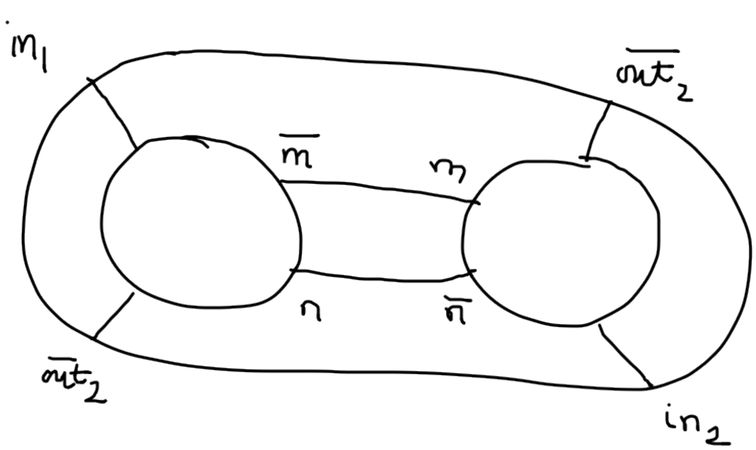
Questão 1

Considere a seguinte descrição de um *buffer* de uma posição bi-direcional, *i.e.*, capaz de transmitir um número arbitrário de mensagens em qualquer direcção.

$$BT(in_1, in_2, out_1, out_2) \triangleq in_1(x).\overline{out_1}\langle x\rangle.BT + in_2(x).\overline{out_2}\langle x\rangle.BT$$

1. Construa um *buffer* de duas posições, igualmente bi-direcional, por composição paralela de duas réplicas do processo BT.
2. Esboce o respectivo diagrama de sincronização.

Resolução:



$$\mathsf{new}\ \{m, n\}\ (BT(in_1, n, \overline{m}, \overline{out_2}) \mid BT(m, in_2, \overline{out_2}, \overline{n}))$$

Questão 2

Considere um operador $\star_K$, para $K \subseteq Act$, cuja semântica operacional é dada pelas regras seguintes:

$$\frac{E \xrightarrow{a} E'}{E \star_K F \xrightarrow{a} F}\ a \in K \qquad \frac{E \xrightarrow{a} E'}{E \star_K F \xrightarrow{a} E' \star_K F}\ a \notin K$$

1. Explique o objectivo deste operador e indique situações em cuja modelação se pudesse dele fazer uso.

2. Em que condições se poderá ter $E \star_K F = E$? Justifique.
3. Prove, construindo uma bissimulação adequada, ou refute, mostrando que tal bissimulação não pode ser construída, a seguinte propriedade:

$$E \star_K (F \mid G) \sim (E \star_K F) \mid (E \star_K G)$$

Resolução:

1. Em $E \star_K F$ operador força a realização de acções do seu primeiro argumento E até à ocorrência de uma acção em K, ponto em que o primeiro é interrompido e se inicia a execução de F. O operador poderá ser útil na especificação de processos que devam prever a possibilidade de interrupção. Em tal cenário K designaria o conjunto de acções que sinalizam a necessidade de interrupção (e.g., erro de operação ou esgotamento de recurso) e F o processo de recuperação ou, mais genericamente, de resposta à situação de interrupção.
2. Sempre que $K \cap \mathbb{L}(E) = \emptyset$.
3. As duas expressões não são bissimilares. Um contra-exemplo é dado por $E \triangleq a.E$, $K = \{a\}$ e F, G tais que $a \notin \mathbb{L}(F)$ e $a \notin \mathbb{L}(G)$.

Questão 3

Considere os seguintes processos:

$$A \triangleq c.c.A \qquad B \triangleq c.B \qquad D \triangleq \overline{c}.a.D + d.\mathbf{0}$$

1. Aplique 2 vezes consecutivas a lei da expansão ao seguinte processo

$$\mathsf{new}\, c\ (A \mid D)$$

2. Mostre que não existe nenhuma fórmula modal na lógica de processos que estudou que permita diferenciar os processos A e B (i.e., mostre que, para toda a fórmula ϕ nessa lógica, se tem $A \models \phi \;\equiv\; B \models \phi$).

Resolução:

1.

$$
\begin{aligned}
& \mathsf{new}\, c\ (A \mid D) \\
\sim \quad & \{\ \text{lei da expansão}\ \} \\
& \tau.\mathsf{new}\, c\ (c.A \mid a.D) \ +\ d.\mathsf{new}\, c\ (A \mid \mathbf{0}) \\
\sim \quad & \{\ \text{lei:}\ \ E \mid \mathbf{0} \equiv E\ \} \\
& \tau.\mathsf{new}\, c\ (c.A \mid a.D) \ +\ d.\mathsf{new}\, c\ A \\
\sim \quad & \{\ \text{lei:}\ \ \mathsf{new}\, K\ E \sim \mathbf{0}\ \text{se}\ \mathbb{L}(E) \subseteq K\ \} \\
& \tau.\mathsf{new}\, c\ (c.A \mid a.D) \ +\ d.\mathbf{0} \\
\sim \quad & \{\ \text{lei da expansão}\ \} \\
& \tau.a.\mathsf{new}\, c\ (c.A \mid D) \ +\ d.\mathbf{0}
\end{aligned}
$$

2. Os processos A e B são bissimilares (o que é testemunhado pela bissimulação $R = \{\langle A, B\rangle, \langle c.A, B\rangle\}$). Logo, pelo teorema da equivalência modal, A e B são modalmente equivalentes o que significa que não existe nenhuma fórmula, na lógica de processos estudada nesta disciplina, que os distinga.

Questão 4

Considere o seguinte processo especificado em mCRL2:

```
act a,z:Bool;

proc  R = sum x:Bool. a(x).Rx(x);
          Rx(x:Bool) = z(x).Rx(x) + sum y:Bool. a(y).Rx(y);

init R;
```

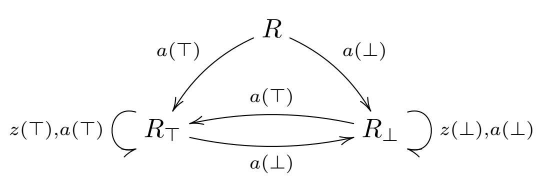
1. Explique o seu comportamento e esboce o respectivo grafo de transições.
2. Explique o significado da propriedade seguinte:

   ```
   forall x:Bool.  <true*> <a(x)> nu X. <z(x)> X
   ```

3. Classifique-a e indique todos os passos que teria de seguir para a provar usando as ferramentas associadas ao mCRL2.

Resolução:

1. O processo em causa comporta-se como um repetidor, recebendo dados na porta a e disponibilizando-os na porta z, até ser interrompido pela chegada de um novo dado em a. Representando o conjunto dos valores booleanos por $\{\top, \bot\}$, o grafo de transições será:



2. A propriedade estabelece a possibilidade de em qualquer ponto de evolução do processo, após a recepção de um dado na porta a, o processo prosseguir indefinidamente com a repetição, em ciclo infinito, desse dado em z.

3. Trata-se de uma variante de um *weak until*, i.e., $\nu X\,.\,(\phi \vee \langle z \rangle\, X)$ com $\phi = \mathsf{false}$. Este é guardado pela ocorrência de interacção em a e deslocado para um ponto arbitrário na evolução do processo via $\langle -^{*} \rangle$. A descrição da forma de a verificar em mCRL2 segue os passos usuais, devendo ser comentados os formatos gerados e os andares necessários desde os ficheiros que contém a especificação e a propriedade até à sua prova.