



---

## Exercises 6 : Processos e Concorrência

---

*Luís Soares Barbosa*

---

---

### Exercício 1

---

Formule cada uma das seguintes propriedades na lógica modal  $\mathcal{M}$ . Repare que algumas são propositadamente vagas e podem, portanto, ser formalizadas de diversos modos.

1. A ocorrência de um  $a$  e um  $b$  é impossível.
  2. A ocorrência de um  $a$  seguido de um  $b$  é impossível.
  3. Apenas a ocorrência de  $a$  é possível.
  4. Após a ocorrência de  $a$  é possível a ocorrência de  $b$  ou  $c$ .
  5. Após a ocorrência de  $a$  ou  $b$  é possível a ocorrência de  $c$ .
  6. Se  $a$  ocorrer, é possível a ocorrência de  $b$  ou  $c$ , mas não de ambos.
  7.  $a$  não pode ocorrer antes de  $b$ .
  8. Existe apenas uma transição etiquetada por  $a$ .
- 

### Exercício 2

---

Considere os processos seguintes e indique, para cada um deles, quais das propriedades acima são verificadas:

1.  $E_1 \triangleq a.b.\mathbf{0}$
  2.  $E_2 \triangleq a.c.\mathbf{0}$
  3.  $E \triangleq E_1 + E_2$
  4.  $F \triangleq a.(b.\mathbf{0} + c.\mathbf{0})$
  5.  $G \triangleq E + F$
- 

### Exercício 3

---

Considere a seguinte especificação de um dispositivo de corte de madeira.

$$Start \triangleq fw.Go + stop.\mathbf{0}$$

$$Go \triangleq fw.bk.bk.Start + right.left.bk.Start$$

Escreva em  $\mathcal{M}$  as seguintes propriedades:

1. Após  $fw$  outro  $fw$  é imediatamente possível.
2. Após um  $fw$  seguido de um  $right$ ,  $left$  é possível e  $bk$  não.
3. A acção  $fw$  é, inicialmente, a única possível.
4. A terceira acção de  $Start$  é distinta de  $fw$ .

---

**Exercício 4**

---

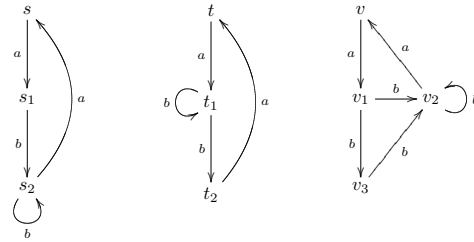
Determine um sistema de transição etiquetado cujo estado inicial satisfaça simultaneamente as seguintes propriedades modais:

- $\langle a \rangle \langle b \rangle \langle c \rangle \text{true} \wedge \langle c \rangle \text{true}$
  - $\langle a \rangle \langle b \rangle ([a] \text{false} \wedge [c] \text{false} \wedge [b] \text{false})$
  - $\langle a \rangle \langle b \rangle (\langle a \rangle \text{true} \wedge [c] \text{false})$
- 

**Exercício 5**

---

Considere os seguintes sistemas de transição etiquetados por ações em  $Act$ .



Mostre que os estados  $s$ ,  $t$  e  $v$  não são bissimilares e determine fórmulas modais que os distingam dois a dois.

---

**Exercício 6**

---

Seja  $E$  um processo. Uma fórmula  $\phi$  diz-se a *fórmula característica* de  $E$  sse

$$\forall F \in \mathbb{P}. F \models \phi \text{ sse } F \sim E$$

Repare que, por definição, um processo verifica a *fórmula característica* de  $E$  sse for estritamente equivalente a  $E$ . Determine a *fórmula característica* do processo  $x.0$ .

---

**Exercício 7**

---

Considere os processos  $E \triangleq a.(b.0 + c.0)$  e  $F \triangleq a.b.0 + a.c.0$ . Escreva uma fórmula  $\phi$  em  $\mathcal{M}$  que seja válida em  $E$  mas não em  $F$ .

---

**Exercício 8**

---

Considere os processos seguintes e escreva uma fórmula em  $\mathcal{M}$  que seja válida para o proceso  $R$  e falsa para  $S$ .

$$E \triangleq b.c.0 + b.d.0 \tag{1}$$

$$F \triangleq E + b.(c.0 + d.0) \tag{2}$$

$$R \triangleq a.E + a.F \tag{3}$$

$$S \triangleq a.F \tag{4}$$

---

**Exercício 9**

---

Defina em  $\mathcal{M}$ , por abreviatura, um operador  $(K)$ , com  $K \subseteq Act$ , de forma que  $E \models (K)\phi$  sse as acções em  $K$  forem as acções iniciais de  $E$ , todas elas conduzindo a estados que validam  $\phi$ .

---

**Exercício 10**

---

Como sabe, a composição paralela não é, no caso geral, idempotente.

1. Fazendo  $E \triangleq a.b.E$ , formule uma propriedade em  $\mathcal{M}$  que distinga  $E$  de  $E \mid E$ .
  2. Em certos casos, porém, a idempotência verifica-se. Construa uma bissimulação que demonstre a equivalência  $E \sim E \mid E$  quando  $E$  é da forma  $E \triangleq \sum_{x \in K} x.E$ , para um qualquer  $K \subseteq Act - \{\tau\}$ . Será a conclusão anterior válida para todo o  $K \subseteq Act$ ?
- 

**Exercício 11**

---

Determine

1.  $\| [a] [b] \langle c, d \rangle \text{true} \|$
2.  $\| \langle a \rangle \langle - \rangle \text{true} \|$
3.  $\| [a] \langle - \rangle \text{true} \wedge [b] [-] \text{false} \|$
4.  $\| [a] \langle - \rangle \text{true} \vee [b] [-] \text{false} \|$