



Exercises 4 : Processos e Concorrência

Luis Soares Barbosa

Exercício I.1

Considere a seguinte descrição de um *buffer* de uma posição, bi-direcional, *i.e.*, capaz de transmitir um número arbitrário de mensagens em qualquer direcção.

$$BT(in_1, in_2, out_1, out_2) \triangleq in_1(x).\overline{out_1}\langle x \rangle.BT + in_2(x).\overline{out_2}\langle x \rangle.BT$$

1. Construa um *buffer* de duas posições, igualmente bi-direcional, por composição paralela de duas réplicas do processo *BT*.
 2. Esboce o respectivo diagrama de sincronização.
 3. Calcule o seu grafo de transições.
-

Exercício I.2

Considere a seguinte especificação de uma máquina de venda automática de chocolates, que fornece dois tipos de chocolates (grande e pequeno) ao preço de 1 e 2 euros, respectivamente.

$$VM \triangleq i2.grd.recolhe.VM + i1.peq.recolhe.VM$$

Assim, por exemplo, para comprar um chocolate pequeno, o utilizador é suposto começar por introduzir uma moeda de 1 euro, accionar o botão *peq* e recolher a sua compra na saída da máquina.

1. Modifique *VT* de modo a que, após ter inserido 1 euro, seja possível ou recolher um chocolate pequeno ou voltar a inserir outra moeda de 1 euro e recolher um chocolate grande.
 2. Modifique *VT* de modo a que, após ter inserido 2 euros, seja possível recolher um chocolate grande ou dois pequenos.
-

Exercício I.3

Construa os grafos de transições correspondentes aos processos seguintes, assumindo que a variável *x* toma valores no conjunto {1, 2, 3}.

1. $a(x).\overline{b}\langle x \rangle.0$
 2. $\text{new } \{a\} (\overline{a}\langle 2 \rangle.0 \mid a(x).\overline{b}\langle x \rangle.0)$
 3. $a(x).(if\ x = 2\ \text{then}\ \overline{b}\langle x \rangle.0\ \text{else}\ \overline{c}\langle x \rangle.0)$
 4. $\text{new } \{a\} (\overline{a}\langle 2 \rangle.0 \mid if\ x = 2\ \text{then}\ \overline{b}\langle x \rangle.0\ \text{else}\ \overline{c}\langle x \rangle.0)$
-

Exercício I.4

Compare os grafos de transições dos processos seguintes, e discuta até que ponto será razoável considerar equivalentes os comportamentos exibidos.

$$P \triangleq a.P + \tau.b.P$$

$$Q \triangleq a.Q + b.Q$$

Exercício I.5

Considere os seguintes processos:

$$P \triangleq a.\bar{b}.c.P + \bar{b}.c.a.P + c.a.\bar{b}.P$$

$$Q \triangleq d.\bar{c}.b.Q + \bar{c}.b.d.Q + b.d.\bar{c}.Q$$

$$R \triangleq \text{new } \{b, c\} (P \mid Q)$$

e verifique as transições

1. $R \xrightarrow{d} \text{new } \{b, c\} (P \mid \bar{c}.b.Q)$
2. $R \xrightarrow{\tau} \text{new } \{b, c\} (a.\bar{b}.P \mid b.d.Q)$
3. $\text{new } \{b, c\} (c.P \mid \bar{c}.Q) \xrightarrow{\tau} R$

Exercício I.6

Considere o seguinte processo

$$P \triangleq \text{new } \{a\} ((a \cdot Q_1 + b \cdot Q_2) \mid \bar{a} \cdot \mathbf{0}) \mid (\bar{b} \cdot R_1 + \bar{a} \cdot R_2)$$

1. Faça a inferência da seguinte transição:

$$P \xrightarrow{\tau} (\text{new } \{a\} Q_1) \mid (\bar{b} \cdot R_1 + \bar{a} \cdot R_2)$$

2. Existirão outras transições não observáveis a partir de P ? Em caso afirmativo identifique-as e realize a respectiva inferência.

Exercício I.7

Considere o seguinte processo

$$P \triangleq \text{new } \{b\} (\text{new } \{a\} (b \cdot P_1 + c \cdot P_2 + a \cdot P_3) \mid \text{new } \{x\} (x \cdot Q_1 \mid (\bar{b} \cdot \mathbf{0} + \bar{x} \cdot Q_2)))$$

1. Identifique todas as transições não observáveis possíveis a partir de P .
2. Verifique-as formalmente realizado a sua inferência.

Exercício I.8

Mostre que $\text{new } \{c\} (A' \mid B) \xrightarrow{\tau} \text{new } \{c\} (A \mid B')$ se verifica, assumindo que $A \triangleq a.A'$, $B \triangleq c.B'$, $A' \triangleq \bar{c}.A$ e $B' \triangleq \bar{b}.B$.

Exercício I.9

Complete as transições seguintes e verifique-as:

1. $P \xrightarrow{a} \dots$, sendo $P \triangleq a.(s.0 \mid P)$.
2. $W \xrightarrow{\tau} \dots$, sendo $W \triangleq a.W \mid \bar{a}.W$.

Exercício I.10

Reporte-se à especificação da *máquina de azar* feita nas aulas. Trata-se de um dispositivo que por vezes se encontra em salas de jogos e que, externamente, disponibiliza três acções: m (entrada de uma moeda), $\overline{win}(x)$ (recepção de x moedas) e \overline{loss} (perda da moeda). Considere a seguinte especificação de uma máquina deste tipo ([?]):

$$\begin{aligned}
 IO &\triangleq m.\overline{bank}.(lost.\overline{loss}.IO + rel(x).\overline{win}(x).IO) \\
 B_n &\triangleq bank.\overline{max}(n+1).left(x).B_x \\
 D_c &\triangleq max(z).(\overline{lost}.\overline{left}(z).D_c + \sum_{1 \leq x \leq z} \overline{rel}(x).\overline{left}(z-x).D_c) \\
 M_n &\triangleq new \{bank, max, left, rel\} (IO \mid B_n \mid D_c)
 \end{aligned}$$

1. Explique o comportamento do processo M_n e esboce o respectivo diagrama de sincronização.
2. Mostre que um jogador pode efectivamente ganhar uma determinada quantia de moedas.
3. Mostre que um jogador pode perder o jogo (*i.e.*, não receber nada)
4. Poderá concluir desta especificação qual das duas situações anteriores é mais provável verificar-se? Porquê?

Exercício I.11

Considere (mais uma!) especificação de um *buffer*, onde m e s designam, respectivamente, uma mensagem e uma sequência de mensagens. Assuma o significado usual para pas funções len , $:$, $head$ e $tail$ sobre sequências.

$$B_s \triangleq in(m).B_{m:s} + (\text{if } len(s) > 0 \text{ then } \overline{out}(head(s)).B_{tail(s)})$$

1. Explique se o *buffer* tem ou não capacidade limitada e a que disciplina de ordenação obedece (*i.e.*, LIFO ou FIFO).
2. Altere a especificação apresentada com base nos seguintes requisitos informais:
Devem ser considerados dois sinais adicionais f (de "flush") e t (de "stop"). Após receber um f , o buffer começa a despejar todas as mensagens que tinha armazenadas e, enquanto o faz, não pode aceitar novas entradas. Após receber um t , o buffer pode continuar a aceitar mais mensagens, mas não lhe é permitido que as transmita. Dois segundos depois regressa ao estado normal de operação, aceitando e transmitindo mensagens.
 Especifique este novo *buffer*. Tenha o cuidado de prever a situação em que o *buffer* recebe um t enquanto está a despejar-se (em resposta a um f prévio). De que forma vai tratar o requisito *dois segundos depois ...* ?

Exercício I.12

Considere a seguinte especificação de um sistema de comunicação com possibilidade de perda de mensagens.

$$\begin{aligned}
 T &\triangleq ok.send(x).\bar{s}(x).T \\
 R &\triangleq r(x).\overline{receive}(x).R \\
 M &\triangleq \overline{ok}.s(x).(\bar{r}(x).M + \tau.M) \\
 S &\triangleq new \{ok, s, r\} (T \mid M \mid R)
 \end{aligned}$$

1. Mostre que, de facto, se podem perder mensagens.
2. Converta a especificação para a linguagem base, assumindo que as mensagens consideradas são caracteres.

Exercício I.13

Considere a seguinte especificação de uma fila de valores booleanos Q , com uma acção de sinalização $\bar{n}\bar{o}$ que indica fila vazia.

$$QB \triangleq \text{new } m (Q_1 \mid Q_2)$$

$$Q_1 \triangleq \text{in}(x).\bar{m}(x).Q_1$$

$$Q_2 \triangleq m(x).\bar{\text{out}}(x).Q_2 + \bar{n}\bar{o}.Q_2$$

1. Esboce o respectivo diagrama de sincronização.
 2. Calcule o grafo de transições correspondente.
 3. Defina um processo LG que tenta ler dois valores booleanos de QB e fornecer a sua conjunção ou disjunção, conforme pedido. Caso QB retorne $\bar{n}\bar{o}$ o valor comunicado por LG ao seu ambiente deve ser a constante \perp .
 4. Componha em paralelo os processos QB e LG de forma a obter o comportamento esperado. Trace o diagrama de sincronização correspondente.
-

Exercício I.14

Suponha que um colega seu justificou a equivalência entre os comportamentos exibidos pelos processos $I \triangleq (\text{if } b \text{ then } P) \mid Q$ e $J \triangleq \text{if } b \text{ then } (P \mid Q)$ usando o seguinte argumento: *Quando se faz a tradução de ambos para a linguagem base, o construtor condicional desaparece. Portanto, apenas permanecem as traduções de P e Q .*

Está de acordo? Em caso afirmativo tente fornecer uma prova formal, caso contrário exiba um contra-exemplo. (SUGESTÃO: use o facto, que provaremos mais tarde, de o processo 0 ser o elemento neutro da composição paralela.)

Exercício I.15

Um *repetidor* é um processo definido como

$$R \triangleq a(x).R_x$$

$$R_x \triangleq \bar{z}(x).R_x + a(y).R_y$$

Assuma que o universo de valores para este processo se restringe aos booleanos.

1. Esboce o grafo de transições de R .
 2. Seja $E \frown F \stackrel{\text{abv}}{\triangleq} \text{new } \{m\} (\{m/z\} E \mid \{m/a\} F)$. Esboce o grafo de transições de $R \frown R$.
-

Exercício I.16

Considere a seguinte especificação informal de um controlador C para o sistema de pressurização de um submarino:

A pressão do ar no interior de um submarino tem de ser criteriosamente controlada. Para isso existem n sensores que enviam regularmente a pressão medida ao controlador que calcula a sua média e a compara com o valor de referência previamente fixado pelo utilizador. O objectivo do controlador é manter a pressão média a bordo numa vizinhança absoluta de 1 atmosfera do valor de referência. Para isso pode enviar um sinal para activar o compressor ou para desligar. O controlador é também sinalizado pelo compressor na ocorrência de um erro grave de funcionamento. Nessas circunstâncias o controlador deve desligar o sistema de compressão e acender um indicador luminoso num painel de controlo. Para voltar a funcionar é necessário premir um botão de 'reset'.

1. Especifique este controlador na linguagem de processos que estudou, não se esquecendo de descrever claramente o significado associado a cada uma das acções que considerar.
2. Suponha, agora, que de forma a garantir que o controlador opera sem interrupção, está prevista a existência de uma sua réplica que entra em funcionamento sempre que, por alguma razão, o controlador em serviço pára. Antes de parar, o controlador executa uma rotina de erro onde activa a réplica e a coloca em comunicação com os sensores. Especifique num dos cálculos de processos que estudou este refinamento do problema original.

Exercício I.17

Considere a construção $[P \leftarrow M \rightarrow Q]$ definida por abreviatura como

$$[P \leftarrow M \rightarrow Q] \stackrel{\text{abv}}{=} \text{new } \{t_1, t_2, p_1, p_2, a\} (\{f_1\}P \mid M \mid \{f_2\}Q)$$

onde se assume, para $i \in \{1, 2\}$, $f_i = \{t_i/t, p_i/p, a/b\}$.

Considere, agora, o seguinte processo cujo domínio de valores se restringe aos números inteiros:

$$\begin{aligned} D &\triangleq (p(x).[D \leftarrow C_x \rightarrow D]) + t.\bar{b}.D \\ C_x &\triangleq p(y).(\text{if } x > y \text{ then } \bar{p}_1\langle y \rangle.C_x \text{ else } \bar{p}_2\langle y \rangle.C_x) \\ &+ \\ &t.\bar{t}_1.a.\bar{d}\langle x \rangle.\bar{t}_2.a.\bar{b}.C_x \end{aligned}$$

1. Descreva de forma clara e sucinta o objectivo do processo D .
2. Suponha que o primeiro valor recebido na porta p é um 5. Desenhe o diagrama de sincronização resultante.
3. Suponha, agora, que, de seguida, é recebido um 3. Mostre como o processo evolui e esboce, de novo, o diagrama de sincronização resultante.

Exercício I.18

Um *router* é uma componente fundamental em sistemas computadorizados de controlo assim como na implementação de redes de comunicação. Considere a seguinte especificação informal de uma versão simples deste tipo de componentes:

Um router R é um dispositivo com n portas de entrada e m portas de saída e uma porta c usada para controlo. Na porta c recebe um par de inteiros (i, j) , com $1 \leq i \leq n$ e $1 \leq j \leq m$. A partir desse momento o router vai repetidamente ler mensagens na porta de entrada numerada por i e disponibiliza-las na porta de saída numerada por j . O dispositivo apenas tem capacidade para armazenar uma mensagem em cada momento. No entanto, a qualquer altura, pode receber em c um novo par de inteiros indicando um novo esquema de comutação.

A descrição acima sofre de algumas ambiguidades. Suponha, por exemplo, que o processo está a operar normalmente comutando entre as portas i e j . Que sucede quando chega a c uma nova mensagem de controlo (k, l) após o processo ter realizado uma leitura em i ? Deverá escrevê-la em j ou em l ?

Especifique na linguagem de processos que estudou duas versões deste dispositivo que resolvam esta ambiguidade de dois modos *distintos*.

Exercício I.19

Considere a seguinte especificação informal de um controlador C para um sistema de aquecimento central de um edifício:

Sensores de temperatura em cada um dos três andares do edifício enviam regularmente a temperatura medida ao controlador que calcula a sua média e a compara com a temperatura de referência fixada previamente pelo utilizador. O controlador tenta manter a temperatura média do edifício numa vizinhança absoluta de 2 graus da temperatura de referência. Para isso pode enviar um sinal para activar a caldeira do aquecimento ou para a desligar. O controlador é também sinalizado pela caldeira da existência de um erro grave de funcionamento. Nessas circunstâncias o controlador deve desligar o sistema de aquecimento e acender um indicador luminoso num painel de controlo. Para voltar a funcionar é necessário um 'reset' manual.

Especifique este controlador na linguagem de processos que estudou, não se esquecendo de descrever claramente o significado associado a cada uma das acções que considerar.

Exercício I.20

Considere a seguinte descrição dos requisitos de um sistema de comutação de mensagens e proponha uma sua especificação no cálculo de processos que estudou.

O sistema é composto por um conjunto de processos emissores S_i , para $i = 1, 2, \dots, m$, e outro de processos receptores R_j , para $j = 1, 2, \dots, n$, que são controlados por um comutador que ciclicamente estabelece conexões ponto-a-ponto (i.e., entre em cada conexão apenas intervém um processo emissor e outro receptor) entre eles. Em cada momento o número máximo de conexões admissíveis simultaneamente é K . Sempre que uma conexão se estabelece entre, por exemplo, os processos S_i e R_j , S_i envia um sinal α_i que é recebido por R_j . Em seguida, R_j envia ao comutador um sinal de confirmação γ_j e a conexão é terminada.
