Ficha de Exercícios 2: Processos e Concorrência

Luís Soares Barbosa

Exercício I.1

Considere a seguinte descrição de um *buffer* de duas posições com sinalizadores. Note que o processo é construido a partir de um *buffer* simples (de 1 posição) que lida igualmente com sinalizadores. Em particular, sinaliza (em $\overline{r}$) a recepção de uma mensagem. Do mesmo modo, aguarda a confirmação (t) de que a transmissão por si realizada se completou com sucesso.

$$Bs \triangleq= \mathsf{new}\ \{mo, mi\}\ (B(in, mo, mi, r) \mid B(mo, out, t, mi))$$
$$B(in, out, t, r) \triangleq in.\overline{out}.t.\overline{r}.B$$

1. Esboce o diagrama de sincronização do processo Bs.
2. Compare o comportamento de B e Bs (em particular, verifique se Bs se comporta, de facto, como um *buffer* de duas posições). Fundamente a sua resposta construindo e comparando os respectivos grafos de transições.
3. Procure uma solução para o problema detectado (se ele existir!) e trace de novo o grafo de transições relativo a essa solução.
4. Explique como a especificação inicial (ou a sua nova solução) pode ser adaptada para descrever *buffers* com um número qualquer (mas previamente fixo) de posições.
5. Repita a alínea anterior para *buffers* com um número arbitrário (não conhecido à partida) de posições.

Exercício I.2

Considere a seguinte descrição de um *buffer* de uma posição, bi-direcional, *i.e.*, capaz de transmitir um número arbitrário de mensagens em qualquer direcção.

$$BT(in_1, in_2, out_1, out_2) \ \triangleq\ in_1(x).\overline{out_1}\langle x\rangle.BT + in_2(x).\overline{out_2}\langle x\rangle.BT$$

1. Construa um *buffer* de duas posições, igualmente bi-direcional, por composição paralela de duas réplicas do processo BT.
2. Esboce o respectivo diagrama de sincronização.
3. Calcule o seu grafo de transições.

Exercício I.3

Considere a especificação seguinte de um sistema de controlo de um cruzamento entre uma estrada e uma via férrea. As acções car e $train$ representam a aproximação do cruzamento por um automóvel ou um comboio, respectivamente. Por seu lado, up e dw representam a abertura e o fecho da cancela sobre a estrada, enquanto $green$ e red modelam a recepção de um sinal de avanço ou paragem pelo comboio. Finalmente, as acções $\overline{ccross}$ e $\overline{tcross}$ traduzem, respectivamente, a travessia efectiva do cruzamento por um automóvel ou um comboio.

$$\begin{aligned} Road &\triangleq car.up.\overline{ccross}.\overline{dw}.Road \\ Rail &\triangleq train.green.\overline{tcross}.\overline{red}.Rail \\ Signal &\triangleq \overline{green}.red.Signal + \overline{up}.dw.Signal \end{aligned}$$

$$C \triangleq \mathsf{new}\ \{green, red, up, dw\}\ (Road \mid Rail \mid Signal)$$

1. Explique o comportamento deste processo e esboce o respectivo diagrama de sincronização.
2. Calcule o grafo de transições correspondente ao processo C

Exercício I.4

Considere a seguinte especificação de uma máquina de venda automática de chocolates, que fornece dois tipos de chocolates (grande e pequeno) ao preço de 1 e 2 euros, respectivamente.

$$VM \triangleq i2.grd.recolhe.VM + i1.peq.recolhe.VM$$

Assim, por exemplo, para comprar um chocolate pequeno, o utilizador é suposto começar por introduzir uma moeda de 1 euro, accionar o botão peq e recolher a sua compra na saída da máquina.

1. Modifique VT de modo a que, após ter inserido 1 euro, seja possível ou recolher um chocolate pequeno ou voltar a inserir outra moeda de 1 euro e recolher um chocolate grande.
2. Modifique VT de modo a que, após ter inserido 2 euros, seja possível recolher um chocolate grande ou dois pequenos.

Exercício I.5

Um n-*trigger*, para $n > 1$, é um dispositivo, tipicamente utilizado em votações electrónicas, com n portas de entrada, a_1 a a_n, e uma porta de saída $\overline{s}$. Logo que detecte ter recebido um sinal em mais de metade das portas de entrada, o n-*trigger* emite um sinal em $\overline{s}$ (que, eventualmente despoletará outro processo), e termina. Cada porta a_i recebe apenas um sinal e assume-se que estes podem chegar às diferentes portas de entrada por qualquer ordem.

1. Especifique um 3-*trigger* (*i.e.*, um *trigger* com 3 portas de entrada).
2. Especifique um n-*trigger*, para n arbitrário.

Exercício I.6

Seja $A(a) \triangleq a.A$ e $B(b) \triangleq \overline{b}.B$. Calcule as derivações imediatas dos processos seguintes:

1. $A + B$
2. $A + B\langle a\rangle$
3. $A \mid B$
4. $A \mid B\langle a\rangle$
5. $\{a/b\}\,(A \mid B)$
6. $\mathsf{new}\,\{a\}\,(A \mid B\langle a\rangle)$

Exercício I.7

Seja $A(a,b,c,d) \triangleq \overline{a}.b.A + \overline{c}.d.A$. Construa os grafos de transições correspondentes aos processos seguintes:

1. A
2. $\mathsf{new}\,\{a\}\,A$

Exercício I.8

Qual é o conjunto de derivações do processo $T \triangleq a.(b.\mathbf{0} \mid T)$?

Exercício I.9

Construa os grafos de transições correspondentes aos processos seguintes, assumindo que a variável x toma valores no conjunto $\{1, 2, 3\}$.

1. $a(x).\overline{b}\langle x\rangle.\mathbf{0}$
2. $\mathsf{new}\ \{a\}\ (\overline{a}\langle 2\rangle.\mathbf{0} \mid a(x).\overline{b}\langle x\rangle.\mathbf{0})$
3. $a(x).(\mathsf{if}\ x = 2\ \mathsf{then}\ \overline{b}\langle x\rangle.\mathbf{0}\ \mathsf{else}\ \overline{c}\langle x\rangle.\mathbf{0})$
4. $\mathsf{new}\ \{a\}\ (\overline{a}\langle 2\rangle.\mathbf{0} \mid \mathsf{if}\ x = 2\ \mathsf{then}\ \overline{b}\langle x\rangle.\mathbf{0}\ \mathsf{else}\ \overline{c}\langle x\rangle.\mathbf{0})$

Exercício I.10

Compare os grafos de transições dos processos seguintes, e discuta até que ponto será razoável considerar equivalentes os comportamentos exibidos.

$$P \triangleq a.P + \tau.b.P$$
$$Q \triangleq a.Q + b.Q$$

Exercício I.11

Considere os seguintes processos:

$$P \triangleq a.\overline{b}.c.P + \overline{b}.c.a.P + c.a.\overline{b}.P$$
$$Q \triangleq d.\overline{c}.b.Q + \overline{c}.b.d.Q + b.d.\overline{c}.Q$$

$$R \triangleq \mathsf{new}\ \{b, c\}\ (P \mid Q)$$

e verifique as transições

1. $R \xrightarrow{d} \mathsf{new}\ \{b, c\}\ (P \mid \overline{c}.b.Q)$
2. $R \xrightarrow{\tau} \mathsf{new}\ \{b, c\}\ (a.\overline{b}.P \mid b.d.Q)$
3. $\mathsf{new}\ \{b, c\}\ (c.P \mid \overline{c}.Q) \xrightarrow{\tau} R$

Exercício I.12

Considere o seguinte processo

$$P \triangleq \mathsf{new}\ \{a\}\ ((a \cdot Q_1 + b \cdot Q_2) \mid \overline{a} \cdot \mathbf{0}) \mid (\overline{b} \cdot R_1 + \overline{a} \cdot R_2)$$

1. Faça a inferência da seguinte transição:

$$P \xrightarrow{\tau} (\mathsf{new}\ \{a\}\ Q_1) \mid (\overline{b} \cdot R_1 + \overline{a} \cdot R_2)$$

2. Existirão outras transições não observáveis a partir de P? Em caso afirmativo identifique-as e realize a respectiva inferência.

Exercício I.13

Considere o seguinte processo

$$P \triangleq \mathsf{new}\,\{b\}\ (\,\mathsf{new}\,\{a\}\ (b \cdot P_1 + c \cdot P_2 + a \cdot P_3) \mid \mathsf{new}\,\{x\}\ (x \cdot Q_1 \mid (\bar{b} \cdot \mathbf{0} + \overline{x} \cdot Q_2))\,)$$

1. Identifique todas as transições não observáveis possíveis a partir de P.
2. Verifique-as formalmente realizado a sua inferência.

Exercício I.14

Mostre que $\mathsf{new}\,\{c\}\ (A' \mid B) \xrightarrow{\tau} \mathsf{new}\,\{c\}\ (A \mid B')$ se verifica, assumindo que $A \triangleq a.A'$, $B \triangleq c.B'$, $A' \triangleq \overline{c}.A$ e $B' \triangleq \overline{b}.B$.

Exercício I.15

Complete as transições seguintes e verifique-as:

1. $P \xrightarrow{a} \cdots$, sendo $P \triangleq a.(s.\mathbf{0} \mid P)$.
2. $W \xrightarrow{\tau} \cdots$, sendo $W \triangleq a.W \mid \overline{a}.W$.

Exercício I.16

Reporte-se à especificação da *máquina de azar* feita nas aulas. Trata-se de um dispositivo que por vezes se encontra em salas de jogos e que, externamente, disponibiliza três acções: m (entrada de uma moeda), $\overline{win}\langle x\rangle$ (recepção de x moedas) e $\overline{loss}$ (perda da moeda). Considere a seguinte especificação de uma máquina deste tipo ([**?**]):

$$\begin{aligned}
IO &\triangleq m.\overline{bank}.(lost.\overline{loss}.IO + rel(x).\overline{win}\langle x\rangle.IO)\\
B_n &\triangleq bank.\overline{max}\langle n+1\rangle.left(x).B_x\\
Dc &\triangleq max(z).(\overline{lost}.\overline{left}\langle z\rangle.Dc + \sum_{1\le x\le z} \overline{rel}(x).\overline{left}\langle z-x\rangle.Dc)
\end{aligned}$$

$$M_n \triangleq \mathsf{new}\,\{bank, max, left, rel\}\ (IO \mid B_n \mid Dc)$$

1. Explique o comportamento do processo M_n e esboce o respectivo diagrama de sincronização.
2. Mostre que um jogador pode efectivamente ganhar uma detrminada quantia de moedas.
3. Mostre que um jogador pode perder o jogo (*i.e.*, não receber nada)
4. Poderá concluir desta especificação qual das duas situações anteriores é mais provável verificar-se? Porquê?

Exercício I.17

Considere (mais uma!) especificação de um *buffer*, onde m e s designam, respectivamente, uma mensagem e uma sequência de mensagens. Assuma o significado usual para pas funções len, :, $head$ e $tail$ sobre sequências.

$$B_s \triangleq in(m).B_{m:s} + (\mathsf{if}\ len(s) > 0\ \mathsf{then}\ \overline{out}\langle head(s)\rangle.B_{tail(s)})$$

1. Explique se o *buffer* tem ou não capacidade limitada e a que disciplina de ordenação obedece (*i.e.*, LIFO ou FIFO).
2. Altere a especificação apresentada com base nos seguintes requisitos informais:

   Devem ser considerados dois sinais adicionais f (de "flush") e t (de "stop"). Após receber um f, o buffer *começa a despejar todas as mensagens que tinha armazenadas e, enquanto o faz, não pode aceitar novas entradas. Após receber um t, o* buffer *pode continuar a aceitar mais mensagens, mas não lhe é permitido que as transmita. Dois segundos depois regressa ao estado normal de operação, aceitando e transmitindo mensagens.*

   Especifique este novo *buffer*. Tenha o cuidado de prever a situação em que o *buffer* recebe um t enquanto está a despejar-se (em resposta a um f prévio). De que forma vai tratar o requisito *dois segundos depois ...* ?

Exercício I.18

Considere a seguinte especificação de um sistema de comunicação com possibilidade de perda de mensagens.

$$\begin{aligned} T &\triangleq ok.send(x).\overline{s}\langle x\rangle.T \\ R &\triangleq r(x).\overline{receive}\langle x\rangle.R \\ M &\triangleq \overline{ok}.s(x).(\overline{r}\langle x\rangle.M + \tau.M) \\ \\ S &\triangleq \mathsf{new}\,\{ok, s, r\}\ (T \mid M \mid R) \end{aligned}$$

1. Mostre que, de facto, se podem perder mensagens.
2. Converta a especificação para a linguagem base, assumindo que as mensagens consideradas são caracteres.

Exercício I.19

Considere a seguinte especificação de uma fila de valores booleanos Q, com uma acção de sinalização $\overline{no}$ que indica fila vazia.

$$\begin{aligned} QB &\triangleq \mathsf{new}\, m\ (Q_1 \mid Q_2) \\ \\ Q_1 &\triangleq in(x).\overline{m}\langle x\rangle.Q_1 \\ Q_2 &\triangleq m(x).\overline{out}\langle x\rangle.Q_2 + \overline{no}.Q_2 \end{aligned}$$

1. Esboce o respectivo diagrama de sincronização.
2. Calcule o grafo de transições correspondente.
3. Defina um processo LG que tenta ler dois valores booleanos de QB e fornecer a sua conjunção ou disjunção, conforme pedido. Caso QB retorne $\overline{no}$ o valor comunicado por LG ao seu ambiente deve ser a constante $\perp$.
4. Componha em paralelo os processos QB e LG de forma a obter o comportamento esperado. Trace o diagrama de sincronização correspondente.

Exercício I.20

Suponha que um colega seu justificou a equivalência entre os comportamentos exibidos pelos processos $I \triangleq (\mathsf{if}\, b\, \mathsf{then}\, P) \mid Q$ e $J \triangleq \mathsf{if}\, b\, \mathsf{then}\, (P \mid Q)$ usando o seguinte argumento: *Quando se faz a tradução de ambos para a linguagem base, o construtor condicional desaparece. Portanto, apenas permanecem as traduções de P e Q.*

Está de acordo? Em caso afirmativo tente fornecer uma prova formal, caso contrário exiba um contra-exemplo. (SUGESTÃO: use o facto, que provaremos mais tarde, de o processo **0** ser o elemento neutro da composição paralela.)

Exercício I.21

Um *repetidor* é um processo definido como

$$R \triangleq a(x).R_x$$
$$R_x \triangleq \overline{z}\langle x\rangle.R_x + a(y).R_y$$

Assuma que o universo de valores para este processo se restringe aos booleanos.

1. Esboce o grafo de transições de R.
2. Seja $E \frown F \overset{\text{abv}}{=} \mathsf{new}\,\{m\}\ (\{m/z\}\,E \mid \{m/a\}\,F)$. Esboce o grafo de transições de $R \frown R$.

Exercício I.22

Considere a seguinte especificação informal de um controlador C para o sistema de pressurização de um submarino:

> *A pressão do ar no interior de um submarino tem de ser criteriosamente controlada. Para isso existem n sensores que enviam regularmente a pressão medida ao controlador que calcula a sua média e a compara com o valor de referência previamente fixado pelo utilizador. O objectivo do controlador é manter a pressão média a bordo numa vizinhança absoluta de 1 atmosfera do valor de referência. Para isso pode enviar um sinal para activar o compressor ou para o desligar. O controlador é também sinalizado pelo compressor na ocorrência de um erro grave de funcionamento. Nessas circunstâncias o controlador deve desligar o sistema de compressão e acender um indicador luminoso num painel de controlo. Para voltar a funcionar é necessário premir um botão de 'reset'.*

1. Especifique este controlador na linguagem de processos que estudou, não se esquecendo de descrever claramente o significado associado a cada uma das acções que considerar.
2. Suponha, agora, que de forma a garantir que o controlador opera sem interrupção, está prevista a existência de uma sua réplica que entra em funcionamento sempre que, por alguma razão, o controlador em serviço pára. Antes de parar, o controlador executa uma rotina de erro onde activa a réplica e a coloca em comunicação com os sensores. Especifique num dos cálculos de processos que estudou este refinamento do problema original.

Exercício I.23

Considere a construção $[P \leftarrow M \rightarrow Q]$ definida por abreviatura como

$$[P \leftarrow M \rightarrow Q] \overset{\text{abv}}{=} \mathsf{new}\,\{t_1, t_2, p_1, p_2, a\}\ (\{f_1\}P \mid M \mid \{f_2\}Q)$$

onde se assume, para $i \in \{1, 2\}$, $f_i = \{t_i/t, p_i/p, a/b\}$.

Considere, agora, o seguinte processo cujo domínio de valores se restringe aos números inteiros:

$$\begin{aligned}
D &\triangleq (p(x).[D \leftarrow C_x \rightarrow D]) + t.\overline{b}.D \\
C_x &\triangleq p(y).(\ \text{if}\ \ x > y\ \ \text{then}\ \ \overline{p}_1\langle y\rangle.C_x\ \ \text{else}\ \ \overline{p}_2\langle y\rangle.C_x) \\
&\quad + \\
&\quad t.\overline{t}_1.a.\overline{d}\langle x\rangle.\overline{t}_2.a.\overline{b}.C_x
\end{aligned}$$

1. Descreva de forma clara e sucinta o objectivo do processo D.
2. Suponha que o primeiro valor recebido na porta p é um 5. Desenhe o diagrama de sincronização resultante.
3. Suponha, agora, que, de seguida, é recebido um 3. Mostre como o processo evolui e esboce, de novo, o diagrama de sincronização resultante.

Exercício I.24

Um *router* é uma componente fundamental em sistemas computadorizados de controlo assim como na implementação de redes de comunicação. Considere a seguinte especificação informal de uma versão simples deste tipo de componentes:

Um router *R é um dispositivo com n portas de entrada e m portas de saída e uma porta c usada para controlo. Na porta c recebe um par de inteiros (i, j), com $1 \leq i \leq n$ e $1 \leq j \leq m$. A partir desse momento o* router *vai repetidamente ler mensagens na porta de entrada numerada por i e disponibiliza-las na porta de saída numerada por j. O dispositivo apenas tem capacidade para armazenar uma mensagem em cada momento. No entanto, a qualquer altura, pode receber em c um novo par de inteiros indicando um novo esquema de comutação.*

A descrição acima sofre de algumas ambiguidades. Suponha, por exemplo, que o processo está a operar normalmente comutando entre as portas i e j. Que sucede quando chega a c uma nova mensagem de controlo (k, l) após o processo ter realizado uma leitura em i? Deverá escrevê-la em j ou em l?

Especifique na linguagem de processos que estudou duas versões deste dispositivo que resolvam esta ambiguidade de dois modos *distintos*.

Exercício I.25

Considere a seguinte especificação informal de um controlador C para um sistema de aquecimento central de um edifício:

Sensores de temperatura em cada um dos três andares do edifício enviam regularmente a temperatura medida ao controlador que calcula a sua média e a compara com a temperatura de referência fixada previamente pelo utilizador. O controlador tenta manter a temperatura média do edifício numa vizinhança absoluta de 2 graus da temperatura de referência. Para isso pode enviar um sinal para activar a caldeira do aquecimento ou para a desligar. O controlador é também sinalizado pela caldeira da existência de um erro grave de funcionamento. Nessas circunstâncias o controlador deve desligar o sistema de aquecimento e acender um indicador luminoso num painel de controlo. Para voltar a funcionar é necessário um 'reset' manual.

Especifique este controlador na linguagem de processos que estudou, não se esquecendo de descrever claramente o significado associado a cada uma das acções que considerar.

Exercício I.26

Considere a seguinte descrição dos requisitos de um sistema de comutação de mensagens e proponha uma sua especificação no cálculo de processos que estudou.

*O sistema é composto por um conjunto de processos emissores S_i, para $i = 1, 2, ..., m$, e outro de processos receptores R_j, para $j = 1, 2, ..., n$, que são controlados por um comutador que ciclicamente estabelece conexões ponto-a-ponto (*i.e.*, entre em cada conexão apenas intervém um processo emissor e outro receptor) entre eles. Em cada momento o número máximo de conexões admissíveis simultaneamente é K. Sempre que uma conexão se estabelece entre, por exemplo, os processos S_i e R_j, S_i envia um sinal α_i que é recebido por R_j. Em seguida, R_j envia ao comutador um sinal de confirmação γ_j e a conexão é terminada.*
