



Ficha de Exercícios 1: Processos e Concorrência

Luís Soares Barbosa

Exercício I.1

Dois estados p e q são *mutuamente similares* sse

$$p \doteq q \Leftrightarrow p \lesssim q \wedge q \lesssim p$$

1. Mostre que \doteq é uma relação de equivalência.
 2. Compare esta relação com a relação de bissimilaridade \sim e com a noção canónica de equivalência entre autómatos.
-

Exercício I.2

Considere o sistema de transição caracterizado pela relação seguintes:

$$\{\langle 1, a, 2 \rangle, \langle 1, a, 3 \rangle, \langle 2, a, 3 \rangle, \langle 2, b, 1 \rangle, \langle 3, a, 3 \rangle, \langle 3, b, 1 \rangle, \langle 4, a, 5 \rangle, \langle 5, a, 5 \rangle, \langle 5, b, 6 \rangle, \langle 6, a, 5 \rangle, \langle 7, a, 8 \rangle, \langle 8, a, 8 \rangle, \langle 8, b, 7 \rangle\}$$

Mostre ou refute a afirmação $1 \sim 4 \sim 6 \sim 7$.

Exercício I.3

Mostre que a bisimilaridade é uma relação de equivalência.

Exercício I.4

Mostre ou refute que

- a bisimilaridade é uma relação fechada para a reunião
 - a bisimilaridade é uma relação fechada para a intersecção
-

Exercício I.5

Mostre que o conjunto de todas as bissimulações entre dois sistemas de transição forma um *reticulado completo*, ordenado pela inclusão, cujo topo é a relação de *bissimilaridade* \sim .

Exercício I.6

Num espaço de transições $\langle S, \mathcal{N}, \downarrow, \longrightarrow \rangle$, o conjunto dos *traços* de um estado s é o menor conjunto que inclui

$$\begin{aligned} \epsilon &\in \text{Tr}(s) \\ \checkmark &\in \text{Tr}(s) \quad \text{if } \downarrow s \\ a\sigma &\in \text{Tr}(s) \quad \text{if } \exists t \cdot s \xrightarrow{a} t \wedge \sigma \in \text{Tr}(t) \end{aligned}$$

1. Mostre que dois estados bisimilares exibem os mesmo traços.

Exercício I.7

Num espaço de transições $\langle S, \mathcal{N}, \downarrow, \longrightarrow \rangle$, a *linguagem* de um estado s é o menor conjunto que inclui

$$\begin{aligned} \epsilon &\in \text{Lang}(s) \quad \text{if } s \text{ é um estado em deadlock} \\ \checkmark &\in \text{Lang}(s) \quad \text{if } \downarrow s \\ a\sigma &\in \text{Lang}(s) \quad \text{if } \exists t \cdot s \xrightarrow{a} t \wedge \sigma \in \text{Lang}(t) \end{aligned}$$

1. Definido equivalência de traços (respectivamente, de linguagens) entre dois estados, como a igualdade dos respectivos conjuntos de traços (respectivamente, das linguagens), distinga através de exemplos estas duas equivalências.
2. Mostre que as equivalências de traços (ou de linguagens) coincidem com a bisimilaridade para sistemas determinísticos.

Exercício I.8

Uma relação R entre os estados de um sistema de transição diz-se uma *bisimulação à palavra* se, sempre que $\langle p, q \rangle \in R$ e $s \in \mathcal{N}^*$, se tem

$$\begin{aligned} p \xrightarrow{s} p' &\Rightarrow \langle \exists q' : q' \in S_2 : q \xrightarrow{s} q' \wedge \langle p', q' \rangle \in R \rangle \\ q \xrightarrow{s} q' &\Rightarrow \langle \exists p' : p' \in S_1 : p \xrightarrow{s} p' \wedge \langle p', q' \rangle \in R \rangle \end{aligned}$$

1. Defina formalmente a relação \xrightarrow{s} , para $s \in \mathcal{N}^*$
2. Dois estados dizem-me *bisimilares à palavra* sse existir uma bisimulação à palavra que os contenha. Mostre que dois estados p e q são *bisimilares à palavra* sse $p \sim q$.

Exercício I.9

Relacione as definições de *morfismo* entre espaços de transição e de bisimulação.
