

Métodos Formais em Engenharia de Software

1.º Ano de Mestrado (Eng. Informática / Matemática e Computação)
 Universidade do Minho
 Ano Lectivo de 2012/13

Exame de recurso — 18 de Julho de 2013
 09h30
 Sala DI 1.08

NB: Esta prova consta de 8 alíneas todas com a mesma cotação.

PROVA COM CONSULTA (2 horas)

Questão 1 (1 alínea) Seja S uma relação sobre a qual apenas sabe o facto seguinte:

$$\langle \forall R :: S \cdot R = R \rangle \tag{F1}$$

Justifique os passos do cálculo seguinte que mostra que, necessariamente, $S = S^\circ$:

$$\begin{aligned} & S^\circ \\ = & \{ \dots\dots\dots \} \\ & S \cdot S^\circ \\ = & \{ \dots\dots\dots \} \\ & \dots\dots\dots \\ = & \{ \dots\dots\dots \} \\ & (S \cdot S^\circ)^\circ \\ = & \{ \dots\dots\dots \} \\ & S \end{aligned}$$

Que relação é S , afinal?

Questão 2 (2 alíneas) Diz-se que uma relação $A \xrightarrow{R} B \times C$ é *simples à esquerda* sse

$$\pi_1 \cdot R \subseteq \pi_1 / R^\circ \tag{F2}$$

e *simples à direita* sse

$$\pi_2 \cdot R \subseteq \pi_2 / R^\circ \tag{F3}$$

1. Mostre que R é simples se e só se for simples à esquerda e simples à direita.
2. Qualquer função que dê pares como resultado, $f : A \rightarrow B \times C$, pode ser projectada à esquerda ($\pi_1 \cdot f$) e à direita ($\pi_2 \cdot f$) e reconstituída a partir dessas projecções:

$$f = \langle \pi_1 \cdot f, \pi_2 \cdot f \rangle$$

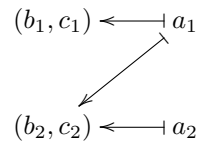
Já com relações não é bem assim: da propriedade universal

$$\pi_1 \cdot X \subseteq R \wedge \pi_2 \cdot X \subseteq S \equiv X \subseteq \langle R, S \rangle \tag{F4}$$

infere-se que a correspondente reconstituição resulta numa relação potencialmente *maior* que a original:

$$X \subseteq \langle \pi_1 \cdot X, \pi_2 \cdot X \rangle$$

Sendo $A = \{a_1, a_2\}$, $B = \{b_1, b_2\}$, $C = \{c_1, c_2\}$ e X a relação



represente a relação $\langle \pi_1 \cdot X, \pi_2 \cdot X \rangle$.

Mostre em seguida que, em geral, para $X = \langle \pi_1 \cdot X, \pi_2 \cdot X \rangle$ se verificar, basta que X seja simples à esquerda ou à direita.

Questão 3 (1 alínea) A função *curry* tem tipo:

$$\text{curry} :: \text{forall } c \text{ a b. } ((a, b) \rightarrow c) \rightarrow a \rightarrow (b \rightarrow c)$$

Calcule o teorema grátis de *curry* e instancie-o para funções.

Questão 4 (1 alínea) Identifique os adjuntos inferior e superior da seguinte conexão de Galois (relacional) que nos dá o significado do operador *complemento de domínio*,

$$\top \cdot \overline{\delta R} \supseteq S \equiv R \subseteq \perp / S^\circ \quad (\text{F5})$$

e mostre que essa equivalência pode ser escrita da forma seguinte:

$$\delta S \subseteq \overline{\delta R} \equiv R \cdot S^\circ \subseteq \perp$$

Finalmente: uma das propriedades seguintes

$$\begin{aligned} \overline{\delta(R \cup S)} &= \overline{\delta R} \cup \overline{\delta S} \\ \overline{\delta(R \cap S)} &= \overline{\delta R} \cap \overline{\delta S} \end{aligned}$$

verifica-se. Diga qual, justificando.

Questão 5 (3 alíneas) Preste atenção aos seguintes requisitos de um problema que foi dado em AMT:

Considere a seguinte especificação incompleta de um telemóvel, em Alloy:

```

open util/ordering[Hora]

sig Numero {}

sig Hora {}
one sig Actual in Hora {}

sig Nome {
  Agenda : some Numero
}

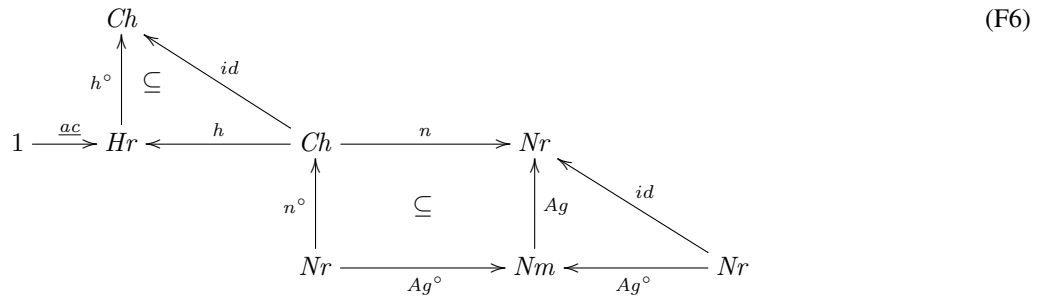
sig Chamada { numero : one Numero, hora : one Hora }
    
```

Para além da agenda telefónica, onde a cada nome estão associados vários números, o modelo guarda o conjunto de chamadas efectuadas e a hora actual.

Especifique os seguintes invariantes:

1. Um número não pode pertencer a duas pessoas diferentes.
2. Todos os números chamados fazem parte da agenda.
3. Não podem existir chamdas simultâneas.
4. Todas as chamadas foram feitas antes da hora actual.

Para o modelo dado e seus invariantes (ainda que não todos) foi esboçado o diagrama relacional



assumindo as abreviaturas:

Chamada \mapsto *Ch*
Actual \mapsto *ac*
Numero \mapsto *Nr*
hora \mapsto *h*
Hora \mapsto *Hr*
Nome \mapsto *Nm*
Agenda \mapsto *Ag*
numero \mapsto *n*

1. Identifique que invariantes são captados por que triângulos ou rectângulos no diagrama e formule, acrescentando-os ao diagrama, os invariantes que faltam.
2. Um dos invariantes no diagrama pode ser alternativamente especificado por

$$n \subseteq Ag \cdot \top \tag{F7}$$

Justifique o facto apresentando os cálculos que derivam esta versão da que está em (F6).

3. Calcule o contrato da operação

$$\text{post-REM}N(ns) \triangleq Ag' = \neg\Phi_{ns} \cdot Ag \tag{F8}$$

que remove os números da agenda que estão no conjunto ns , onde $\neg\Phi = id - \Phi$, para qualquer coreflexiva Φ .