

# Métodos Formais em Engenharia de Software

## MI/MEI (2011/12)

7 de Dezembro de 2011 – Duração: 2 horas

### Teste de Lógica

1. Considere a seguinte fórmula  $((P \wedge \neg R) \rightarrow P) \wedge W \wedge (((R \rightarrow P) \wedge \neg Q) \vee S) \wedge \neg(S \wedge W)$ 
  - (a) Converta-a numa fórmula normal conjuntiva que lhe seja equivalente.
  - (b) Simule a execução do algoritmo DPLL para averiguar a satisfazibilidade desta fórmula. O que conclui?
  - (c) Como poderemos classificar a fórmula quanto a ser válida, refutável ou uma contradição? Justifique a sua resposta.
2. Considere o seguinte quebra-cabeças, chamado “*O espião Russo*”, relacionado com um filme famoso sobre a Segunda Guerra Mundial. Há três personagens: Stirlitz, Muller e Eismann. Sabe-se que um deles é russo e os outros dois são alemães. Além disso, também se sabe que o russo é um espião. Quando Stirlitz encontra Muller, ele faz a seguinte observação irónica: “Muller, você é tão alemão como eu sou russo”. Stirlitz diz sempre a verdade quando ironiza. Formalize esta charada em lógica proposicional, e indique como poderia provar que Eismann não é um espião russo. (Assinale claramente o que denota cada variável lógica que introduzir.)
3. Explique porque, em lógica de primeira ordem,  $(\forall x.\phi \vee \psi) \not\equiv (\forall x.\phi) \vee (\forall x.\psi)$ .
4. Considere o seguinte vocabulário.

#### Predicados:

$pai(x,y)$ :	$x$ é pai de $y$	$irmao(x,y)$ :	$x$ é irmão de $y$
$mae(x,y)$ :	$x$ é mãe de $y$	$irma(x,y)$ :	$x$ é irmã de $y$
$gosta(x,y)$ :	$x$ gosta de $y$	$marido(x,y)$ :	$x$ é marido de $y$

Constantes: *Pedro, Ana, Nuno*

- (a) Exprima em lógica de primeira ordem as seguintes frases:
  - i. “Quem é pai de alguém não poder ser avó.”
  - ii. “O Pedro é cunhado da Ana.”
- (b) Traduza para linguagem natural as seguintes fórmulas:
  - i.  $\forall x, y. irma(x, Ana) \wedge irma(y, Ana) \rightarrow x = y$
  - ii.  $\exists x. irma(x, Nuno) \wedge \neg gosta(x, Nuno)$

5. Suponha que tem um SMT-solver que lhe permite testar a satisfazibilidade das fórmulas no âmbito da teoria dos racionais para o fragmento “quantifier-free”. Indique como poderia usar o SMT-solver para o ajudar a responder à questão:

A fórmula  $\forall x, y. 3x + 8y = 4y + \frac{3}{2}x$  é válida?

6. Apresente uma prova em dedução natural para o seguinte teorema

$$(\forall x. P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow (\forall x. Q(x)) \wedge (\forall y. P(y))$$

7. O que distingue os demonstradores automáticos de teoremas das ferramentas de prova assistida? Argumente com base nos fundamentos lógicos subjacentes. Indique ainda as vantagens e desvantagens da utilização de cada um, em contraponto com o desenvolvimento manual de provas.