

Métodos Formais em Engenharia de Software

1.º Ano de Mestrado de Informática e de Eng. Informática
Ano Lectivo de 2011/12

Teste individual - 22 de Março 2012
09h30
Sala DI 1.08

NB: Esta prova consta de 8 alíneas todas com a mesma cotação. A referência a equações do formulário ou da tutorial que foi seguida na disciplina deve ser precedida das letras F ou T, por exemplo (F12), (T23). Outras referências (eg. a transparências) deverão ser feitas de forma explícita.

PROVA COM CONSULTA (2 horas)

Questão 1 (2 alíneas) Nas duas alíneas que se seguem assuma a igualdade

$$\Phi_{p \cdot f} = \delta(\Phi_p \cdot f) \quad (1)$$

relativa à construção da correflexiva associada a um predicado composto.

1. Demonstre a igualdade:

$$f \cdot \Phi_{p \cdot f} = \Phi_p \cdot f \quad (2)$$

2. O conceito de *guarda* associado a um predicado p é captado pela definição $p^? = [\Phi_p, \Phi_{\neg p}]^\circ$. Indique o tipo de $p^?$ e, com base na alínea anterior, demonstre a lei de fusão seguinte:

$$p^? \cdot f = (f + f) \cdot (p \cdot f)? \quad (3)$$

Questão 2 (2 alíneas) Suponha um regime de avaliação em que, para um aluno $a \in A$ estar admitido a exame da parte teórica de uma disciplina $d \in D$ tem de ter aprovação em todos os trabalhos $t \in T$ dessa disciplina. Os trabalhos podem contar para mais do que uma disciplina (eg. em regime de laboratório integrado).

Há pois duas relações em jogo: $D \xleftarrow{R} T$, em que dRt significa “disciplina d obriga a fazer trabalho t ” e $A \xleftarrow{S} T$, em que aSt significa “aluno a aprovado no trabalho t ”.

1. Sejam S e R as relações seguintes, representadas como conjuntos de pares:

$$\begin{aligned} S &= \{ (A1, T3), (A2, T2), (A2, T3), (A3, T1), (A3, T2), (A4, T2) \} \\ R &= \{ (D1, T1), (D1, T2), (D2, T2), (D2, T3) \} \end{aligned}$$

Construa as relações $S^\circ \setminus R^\circ$ e S/R e diga, justificando, qual das duas calcula a relação aEd que indica que alunos estão admitidos a exame a que disciplinas.

2. Suponha que há uma regra que impõe que disciplinas com trabalhos têm de ter aulas de apoio laboratorial. Sendo $K = \{T, TP, PL, E\}$ um tipo que representa os diversos tipos de aulas (teóricas, teórico-práticas, práticas-laboratoriais e estágio), uma tal regra poder-se-ia escrever da forma seguinte,

$$trabOk(R, Q) \Leftrightarrow \langle \forall d : \langle \exists t :: dRt \rangle : dQPL \rangle \quad (4)$$

em que Q é a relação que associa disciplinas a tipos de aulas.

Escreva o mesmo predicado $trabOk$ sem recurso a quantificadores, sob a forma de uma inclusão de composições.

Questão 3 Calcule o teorema grátis da função seguinte, escrita em sintaxe Haskell,

`grd :: (a -> Bool) -> a -> Either a a`

sabendo que o functor associado ao tipo `Either` é o coproduto (+). Instancie esse teorema para funções.

Questão 4 (2 alíneas) Considere a propriedade:

$$R \setminus (R \cdot (R \setminus S)) = R \setminus S \tag{5}$$

1. Apresente justificações para o seguinte cálculo de (5) ¹:

$$\begin{aligned}
 & X \subseteq R \setminus (R \cdot (R \setminus S)) \\
 \Leftrightarrow & \quad \{ \dots\dots\dots \} \\
 & R \cdot X \subseteq R \cdot (R \setminus S) \\
 \Rightarrow & \quad \{ \dots\dots\dots \} \\
 & R \cdot X \subseteq S \\
 \Leftrightarrow & \quad \{ \dots\dots\dots \} \\
 & X \subseteq R \setminus S \\
 \Rightarrow & \quad \{ \dots\dots\dots \} \\
 & R \cdot X \subseteq R \cdot (R \setminus S) \\
 \Leftrightarrow & \quad \{ \dots\dots\dots \} \\
 & X \subseteq R \setminus (R \cdot (R \setminus S)) \\
 \therefore & \quad \{ \dots\dots\dots \} \\
 & R \setminus (R \cdot (R \setminus S)) = R \setminus S
 \end{aligned}$$

2. Desenvolva uma prova semelhante para

$$R \cdot (R \setminus (R \cdot S)) = R \cdot S \tag{6}$$

Questão 5 Seja dada uma ordem total \geq e uma função f , e defina-se um novo operador relacional como se segue:

$$f\sqrt{\geq} = f \cap_{\geq} / (\top \cdot f^\circ) \tag{7}$$

Mostre que a propriedade universal deste operador é

$$X \subseteq f\sqrt{\geq} \Leftrightarrow X \subseteq f \wedge X \cdot \top \subseteq \geq \cdot f \tag{8}$$

e, recorrendo a ela ou à introdução de variáveis, diga por palavras suas qual o significado de $f\sqrt{\geq}$.

¹Repare como a prova é um misto de igualdade indirecta e “ping-pong”.