Elementos Lógicos da Programação I (2004/05)

LMCC 2^o Ano

Ficha 9

A definição de *tablaux para a LPO* apresentada nos apontamentos teóricos da disciplina justifica a prova de $\Gamma \models \Phi$ através da prova da inconsistência de $\{\Gamma, \neg\Phi\}$.

1. Escreva as regras de expansão apresentadas para os *tablaux* em LPO, e justifique-as com base nas proposições e teoremas que conhece da aulas teóricas.

   (**Note que** o método de *tableaux apresentado para o cálculo proposicional* foi baseado na noção de refutação, tendo **regras de expansão duais** a estas, e construindo tableaux para a teoria $\{\neg\Gamma, \Phi\}$ para provar $\Gamma \vdash \Phi$.)

2. Usando *tableaux* para a LPO demonstre as seguintes relações de consequência:

   (a) $\models (\forall x.A) \supset (\exists x.A)$
   (b) $(\exists x.A), (\forall x.A \supset B) \models (\exists x.B)$
   (c) $(\exists x.A \vee B) \models (\exists x.A) \vee (\exists x.B)$

   Confronte a solução apresentada com a resolução do exercício 3 da ficha 7.

3. Use *tableaux* para a LPO para provar as seguintes relações:

   (a) $\vdash (\exists x.A \supset B) \supset (\forall x.A) \supset (\exists x.B)$
   (b) $\vdash \neg(\exists x.A) \supset (\forall x.\neg A)$
   (c) $\vdash \neg(\forall x.P(x)) \supset \exists x.\neg P(x)$
   (d) $(\forall x.A(x)) \supset \exists x.B(x) \vdash \exists x.A(x) \supset B(x)$
   (e) $\neg(\exists x.\neg P(x)) \vdash \forall x.P(x)$
   (f) $\exists x.\forall y.P(x,y) \wedge A \supset Q(x,y),\ A \vdash \forall y.\exists x.P(x,y) \supset Q(x,y)$
   (g) $(\forall y.A(y)) \supset (\forall y.B(y) \wedge C(y)) \vdash (\exists x.\neg A(x)) \vee (\exists x.C(x))$
   (h) $\neg(P \wedge Q) \vdash P \supset \neg Q$
   (i) $A \supset \neg B \vdash \neg A \vee \neg B$