

# Elementos Lógicos da Programação I (2004/05)

LMCC 2º Ano

## Ficha 8

1. Os ficheiros DNFOL.thy e LKFOL.thy apresentam (no sistema de dedução natural e no sistema LK, respetivamente) provas desenvolvidas em *Isabelle/Isar* para os teoremas do exercício 5 da ficha 7. Analise estas provas e confronte-as as provas que desenvolveu manualmente.
2. Usando o sistema de dedução natural, demonstre os seguintes teoremas:
  - (a)  $\vdash \neg(\forall x.P(x)) \supset \exists x.\neg P(x)$
  - (b)  $(\forall x.A(x)) \supset \exists x.B(x) \vdash \exists x.A(x) \supset B(x)$
  - (c)  $\neg(\exists x.\neg P(x)) \vdash \forall x.P(x)$
  - (d)  $\exists x.\forall y.P(x, y) \vdash \forall y.\exists x.P(x, y)$
3. Usando o sistema LK, demonstre os seguintes teoremas:
  - (a)  $\vdash \neg(\forall x.P(x)) \supset \exists x.\neg P(x)$
  - (b)  $(\forall x.A(x)) \supset \exists x.B(x) \vdash \exists x.A(x) \supset B(x)$
  - (c)  $\neg(\exists x.\neg P(x)) \vdash \forall x.P(x)$
  - (d)  $\exists x.\forall y.P(x, y) \wedge A \supset Q(x, y), A \vdash \forall y.\exists x.P(x, y) \supset Q(x, y)$
  - (e)  $(\forall y.A(y)) \supset (\forall y.B(y) \wedge C(y)) \vdash (\exists x.\neg A(x)) \vee (\exists x.C(x))$