

Elementos Lógicos da Programação I (2004/05)

LMCC 2º Ano

Ficha 7

1. Identifique nas fórmulas seguintes as instâncias livres e ligadas das variáveis:
 - (a) $P(x) \supset (\exists x.P(x))$
 - (b) $(\forall x.Q(x, y) \vee (\exists y.Q(x, y)))$
 - (c) $(\forall x.P(x, y)) \vee (\exists y.P(x, y))$
2. Calcule as seguintes substituições:
 - (a) $(P(x) \supset Q(x))[3/x]$
 - (b) $(P(x) \supset (\exists x.P(x)))[3/x]$
 - (c) $((\forall x.P(x, y)) \vee (\exists y.P(x, y)))[3/x][4/y]$
3. Prove pela via semântica, através de quadros de inconsistência, que as consequências seguintes se verificam:
 - (a) $\models (\forall x.A) \supset (\exists x.A)$
 - (b) $(\exists x.A), (\forall x.A \supset B) \models (\exists x.B)$
 - (c) $(\exists x.A \vee B) \models (\exists x.A) \vee (\exists x.B)$
4. Demonstre, utilizando o sistema de dedução hilbertiano para LPO, as relações seguintes:
 - (a) $\vdash (A \supset (\forall x.B)) \supset (\forall x.A \supset B)$ se x não ocorre livre em A .
 - (b) $(\forall x.P(x) \wedge Q(x)) \vdash (\forall x.P(x))$
5. Desenvolva no sistema de dedução natural clássica para LPO, provas para as seguintes relações:
 - (a) $\vdash (\forall x.A) \supset (\exists x.A)$
 - (b) $(\exists x.A), (\forall x.A \supset B) \vdash (\exists x.B)$
 - (c) $(\exists x.A \vee B) \vdash (\exists x.A) \vee (\exists x.B)$
 - (d) $\vdash (\exists x.A \supset B) \supset (\forall x.A) \supset (\exists x.B)$
 - (e) $\vdash \neg(\exists x.A) \supset (\forall x.\neg A)$