

# Elementos Lógicos da Programação I (2004/05)

LMCC 2º Ano

## Ficha 2

1. Considere o sistema dedutivo de Hilbert para a lógica proposicional que tem apenas  $\neg$  e  $\supset$  como conectivas primitivas:

$$\text{(Ax1)} \quad P \supset Q \supset P$$

$$\text{(Ax2)} \quad (P \supset Q \supset R) \supset (P \supset Q) \supset P \supset R$$

$$\text{(Ax3)} \quad (\neg P \supset Q) \supset (\neg P \supset \neg Q) \supset P$$

$$\text{(MP)} \quad \frac{P \quad P \supset Q}{Q}$$

Usando este sistema dedutivo, apresente uma dedução para:

- (a)  $\vdash Q \supset P \supset P$
- (b)  $\vdash Q \supset (P \supset Q \supset P)$
- (c)  $\vdash \neg P \supset P \supset Q$
- (d)  $\{Q, P \supset Q \supset R\} \vdash P \supset R$

2. Considere o sistema dedutivo de Hilbert para a lógica proposicional que tem  $\neg$  e  $\supset$  como conectivas primitivas, e as abreviaturas:

$$A \wedge B \doteq \neg(A \supset \neg B) \quad \text{e} \quad A \vee B \doteq \neg A \supset B$$

$$\text{(A1)} \quad A \supset B \supset A$$

$$\text{(A2)} \quad (A \supset B \supset C) \supset (A \supset B) \supset A \supset C$$

$$\text{(A3)} \quad (\neg B \supset \neg A) \supset A \supset B$$

$$\text{(A4)} \quad (B \supset \neg A) \supset A \supset \neg B$$

$$\text{(MP)} \quad \frac{A \quad A \supset B}{B}$$

Usando este sistema dedutivo, apresente uma dedução para:

- (a)  $\vdash P \supset \neg\neg P$
- (b)  $\vdash \neg B \vee B$
- (c)  $\vdash B \supset (A \vee B)$
- (d)  $\{P \supset Q, \neg(Q \supset R) \supset \neg P\} \vdash P \supset R$