EXAME - 2ª Chamada
25·Janeiro·2005
Duração: 2:30 horas

Elementos Lógicos da Programação I
LMCC

I

Uma representação da Lógica Proposicional em Haskell usa os seguintes tipos de dados:

```
data Op             = Conj | Disj | Imp
data Eq a => Prop a = Atom a | Neg (Prop a) | Bin Op (Prop a) (Prop a)
```

Nota: O tipo `Prop` está parametrizado pelo tipo `a` dos símbolos proposicionais

1. Defina uma função

   ```
   val :: Eq a => Prop a -> [a] ->  Bool
   ```

   que determina se uma proposição é válida num dado modelo (representado por um conjunto de símbolos proposicionais).

2. Defina uma função

   ```
   fnn :: Eq a => Prop a -> Prop a
   ```

   que converte uma proposição numa forma normal negativa.

3. Modifique a definição de `Prop` para contemplar a existência de operadores modais.

II

A correcção de regras de inferência de **tableaux** da Lógica de Primeira Ordem é baseada na noção de teoria inconsistente.

1. Use exclusivamente quadros de inconsistência para provar a dedução

   $$(\exists x.\forall y.P(y) \supset Q(x,y)) \vdash (\forall y.P(y) \supset \exists x.Q(x,y))$$

2. Construa o *tableaux* equivalente.

3. Esta mesma dedução em **LK** poderia ser justificada através da noção de *refutação* de sequentes. Diga como se exprime a refutação de um sequente $\Gamma \Rightarrow \Delta$ através da noção de teoria inconsistentes e use a noção de refutação para provar a correcção da regra direita do quantificador universal ($D_\forall$).

EXAME - 2ª chamada — **Elementos Lógicos da Programação I**

25·Janeiro·2005 — LMCC

Duração: 2:30 horas

III

A abordagem à noção de validade distingue as várias hipóteses de significado de uma qualquer asserção lógica. Neste curso, para lógicas proposicionais, usou-se a abordagem *intuicionista* e a abordagem *clássica* e ainda, com a introdução dos operadores modais, a abordagem de *Kripke*.

1. Como se define *modelo* em Lógica Proposicional Clássica e como se define validade de uma fórmula proposicional num tal modelo.
2. O que é um modelo de Kripke da Lógica Modal proposicional e como se define validade de uma fórmula em tal modelo.
3. O que distingue validade clássica da validade intuicionista em Lógica Proposicional e porque é que não é possível assegurar a validade intuicionista de uma tautologia clássica arbitrária.
4. Considere uma lógica para a qual existe um algoritmo que, qualquer que seja a interpretação dada aos símbolos proposicionais, é capaz de decidir em tempo útil se um dado símbolo é válido ou não.

   Em tal lógica a validade clássica coincide com a validade intuicionista. Porquê?

IV

1. Em Lógica Linear (**LL**), codifica-se a relação de dedução por

   $$\Gamma \vdash C \quad \doteq \quad ?(\Gamma^{\perp}), C \quad \text{é válido}$$

   Use o sistema de dedução de **LL** para provar que se verificam as propriedades:

   (a) $\Gamma, P \vdash P$ (*inclusão*)

   (b) $\Gamma \vdash P$ implica $\Gamma, \Delta \vdash P$ (*monotonia*)

   (c) $\Gamma \vdash H$ e $\Delta, H \vdash P$ implica $\Gamma, \Delta \vdash P$ (*corte*)

2. Use a definição da alínea anterior para verificar que, em **LL**, é válida a dedução

   $$\{A \multimap Q \oplus P, P \multimap B, Q \multimap B\} \vdash !A \multimap !B$$