EXAME - 1ª Chamada
10·Jan·2005
Duração: 2:30 horas

Elementos Lógicos da Programação I
LMCC

I

O método de Davis-Putman é um algoritmo para verificar a inconsistência de fórmulas normais conjuntivas. Em oposição *tableaux* verificam a inconsistência de formas disjuntivas.

1. Usando o método de Davis-Putman verifique a inconsistência da teoria

$$\{\, \mathsf{p} \vee \mathsf{q} \vee \neg \mathsf{s} \,,\, \mathsf{p} \supset \mathsf{r} \,,\, \mathsf{q} \supset \mathsf{r} \,,\, \mathsf{s} \vee \mathsf{r} \,,\, \neg \mathsf{r} \,\}$$

2. Use *tableaux* para provar a inconsistência da teoria

$$\{\, \exists x.\mathsf{P}(x) \,,\, \forall x.(\mathsf{P}(x) \supset \mathsf{R}) \,,\, \neg \mathsf{R} \,\}$$

3. Porque é que não é possível usar o método de Davis-Putman para responder à alínea anterior.

II

A correcção de regras de inferência em **LK** é baseada na noção de teoria inconsistente em LPO.

1. Use os quadros de inconsistência para provar a correcção da regra ($\mathsf{E}_\exists$)
2. Construa um árvore de dedução **LK** para provar a tautologia

$$(\exists x.\forall y.\mathsf{P}(y) \supset \mathsf{Q}(x,y)) \;\supset\; (\forall y.\mathsf{P}(y) \supset \exists x.\mathsf{Q}(x,y))$$

3. Esta mesma dedução em **LK** poderia ter sido feita em dedução natural; o que é que distingue estes dois sistemas de dedução e quais são as vantagens e desvantagens relativas de um em relação ao outro?

III

1. $\Gamma \vdash \mathsf{C}$ estabelece uma relação de dedução entre um conjunto de fórmulas Γ e uma fórmula C se e só se satisfaz as propriedades de *inclusão*, *monotonia* e *corte*. Enuncie estas três propriedades.
2. Em Lógica Linear (**LL**), codifica-se a relação de dedução por

$$\Gamma \vdash \mathsf{C} \quad \doteq \quad ?\Gamma^{\perp}, \mathsf{C} \quad \text{é válido}$$

   Use o sistema de dedução de **LL** para provar que se verifica cada uma das propriedades que especificou na alínea anterior.

3. Use a definição da alínea anterior para verificar que, em **LL**, é válida a dedução

$$\{A \multimap Q, A \multimap P\} \vdash !A \multimap !(P \otimes Q)$$

IV

Considere a seguinte codificação no sistema *Isabelle* de uma prova em **LK**.

```
lemma "|- ~(EX x. A(x)) --> (ALL x. ~A(x))"
  apply (rule impR)
  apply (rule allR)
  apply (rule notL)
  apply (rule notR)
  apply (rule exR)
  apply (rule basic)
done
```

1. Escreva um quadro de prova que corresponda à prova acima apresentada.
2. Após a execução do quarto passo, o sistema *Isabelle* apresenta o seguinte estado de prova:

   ```
   goal (lemma, 1 subgoal):
    1. !!x. A(x) |- EX x. A(x)
   ```

   Indique o estado de prova apresentado pelo sistema *Isabelle* após a execução do quinto passo de prova: `apply (rule exR)`.