Lógica Computacional

LCC

2007/2008 (Recurso)

Grupo I

1 Apresente (se existirem) modelos que validem e refutem as fórmulas que se seguem. Justifique informalmente as suas respostas.

(a) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow q \Rightarrow p$

(b) $(\exists X.\psi) \wedge (\exists X.\phi) \Rightarrow (\exists X.(\psi \wedge \phi))$

2 Como é definida a relação de *consequência semântica*? Fazendo uso dessa definição, demonstre o *teorema da dedução* (i.e. $\Gamma \vdash A \Rightarrow B$ sse $\Gamma, A \vdash B$).

Grupo II

Considere a seguinte fórmula proposicional:

$$\varphi \doteq (p \Rightarrow \neg q) \Rightarrow \neg(p \wedge q)$$

3 Verifique a sua validade utilizando o método de *Tableaux*.

4 Suponha agora que pretende aplicar o algoritmo *Davis-Putnam* para verificar a validade da formula φ. Quais os passos envolvidos na verificação? Justifique.

5 Concretize os passos identificados na última questão.

Grupo III

6 Construa a árvore de derivação (no cálculo de sequentes) da seguinte fórmula de primeira ordem:

$$(\forall x.P(x)) \Rightarrow (\exists y.Q(y)) \Rightarrow (\exists w.\forall z.(P(z) \wedge Q(w))$$

7 No que é que consiste um *modelo de Herbrand*? Qual a sua relevância no estudo da semântica da Lógica de Primeira Ordem?

8 Mostre, usando o processo de Skolemização e a resolução de primeira ordem, a inconsistência da seguinte fórmula (a é uma constante):

$$\exists_x \forall_y ((Q(y,x) \Rightarrow \neg R(y,y)) \wedge Q(\mathsf{a},x) \wedge R(\mathsf{a},\mathsf{a})).$$

Grupo IV

9 Considere o seguinte programa Prolog:

```
q(a). q(b).
r(a,2). r(a,3). r(b,1).
h(c,4).
h(X,Y) :- q(X), r(X,Y).
f(X,Y) :- !, r(X,Y), q(X).
f(d,5).
```

Indique a sequência de respostas a cada uma das questões abaixo indicadas. Justifique a sua resposta desenhando as árvores de procura correspondentes:

(a) `h(A,B).`

(b) `f(A,B).`

10 Uma forma simples de descrever um algorito de ordenação consiste em encontrar uma permutação da lista dada que esteja ordenada. Essa descrição pode ser directamente codificada em Prolog usando a estratégia *generate-and-test*. Codifique o predicado `slowSort/2` que implemente essa estratégia.

Formulário

Cálculo de Sequentes

$$(\text{Corte})\ \frac{\Gamma, C \vdash \Delta \qquad \Gamma' \vdash C, \Delta'}{\Gamma, \Gamma' \vdash \Delta, \Delta'} \qquad\qquad (\text{Ax})\ \frac{}{\Gamma, A \vdash A, \Delta}$$

$$(\text{D}\ \wedge)\ \frac{\Gamma \vdash P, \Delta \qquad \Gamma \vdash Q, \Delta}{\Gamma \vdash P \wedge Q, \Delta} \qquad\qquad (\text{D}\ \neg)\ \frac{\Gamma, P \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg P, \Delta}$$

$$(\text{D}\ \vee)\ \frac{\Gamma \vdash P, Q, \Delta}{\Gamma \vdash P \vee Q, \Delta} \qquad\qquad (\text{D}\ \Rightarrow)\ \frac{\Gamma, P \vdash Q, \Delta}{\Gamma \vdash P \Rightarrow Q, \Delta}$$

$$(\text{E}\ \wedge)\ \frac{\Gamma, P, Q \vdash \Delta}{\Gamma, P \wedge Q \vdash \Delta} \qquad\qquad (\text{E}\ \neg)\ \frac{\Gamma \vdash P, \Delta}{\Gamma, \neg P \vdash \Delta}$$

$$(\text{E}\ \vee)\ \frac{\Gamma, P \vdash \Delta \qquad \Gamma, Q \vdash \Delta}{\Gamma, P \vee Q \vdash \Delta} \qquad\qquad (\text{E}\ \Rightarrow)\ \frac{\Gamma, Q \vdash \Delta \qquad \Gamma \vdash P, \Delta}{\Gamma, P \Rightarrow Q \vdash \Delta}$$

$$(\text{E}\ \forall)\ \frac{\Gamma, \forall X.\varphi, \varphi[t/X] \vdash \Delta}{\Gamma, \forall X.\varphi \vdash \Delta} \qquad\qquad (\text{E}\ \exists)\ \frac{\Gamma, \varphi[A/X] \vdash \Delta}{\Gamma, \exists X.\varphi \vdash \Delta}\ \text{sendo } A \text{ uma var. nova}$$

$$(\text{D}\ \forall)\ \frac{\Gamma \vdash \varphi[A/X], \Delta}{\Gamma \vdash \forall X.\varphi, \Delta}\ \text{sendo } A \text{ uma var. nova} \qquad\qquad (\text{D}\ \exists)\ \frac{\Gamma \vdash \exists X.\varphi, \varphi[t/X], \Delta}{\Gamma \vdash \exists X.\varphi, \Delta}$$