

# Lógica Computacional

LCC

2007/2008 (2º Teste)

1

## Grupo I

1. Apresente modelos que validem e refutem as seguintes fórmulas (se existirem, naturalmente). Justifique informalmente.
  - (a)  $\forall_X \exists_Y. P(X, Y)$
  - (b)  $(\exists_X. P(X)) \vee (\exists_X. \neg P(X))$
2. Mostre que  $\models \forall_X. \varphi$  se e só se  $\models \varphi[A/X]$ , onde  $A$  é uma variável nova.

## Grupo II

Considere o seguinte conjunto de cláusulas (na FNC):

$$[[\neg q, r], [\neg p, q, r]]$$

1. Construa a BDD da fórmula dada por redução da árvore binária de decisão.
2. Construa a BDD de forma estrutural (*bottom-up*).
3. Suponha que dispõe de acesso à BDD de uma fórmula  $\varphi$ . Em que circunstâncias pode estabelecer a validade de  $\varphi$ ? Justifique.

## Grupo III

1. Construa a árvore de derivação (no cálculo de sequentes) da seguinte fórmula de primeira ordem:

$$(\exists_X. \exists_Y. (P(X) \wedge P(Y) \Rightarrow Q(X, Y))) \Rightarrow (\forall_X. P(X)) \Rightarrow (\exists_X. \exists_Y. Q(X, Y))$$

2. Em que é que consiste o processo de *Skolenização* de uma fórmula? Descreva sumariamente esse processo e as respectivas propriedades.
3. Verifique, utilizando resolução de primeira ordem, a inconsistência do seguinte conjunto de cláusulas:

$$\{\{R(X, X)\}, \{\neg R(X, f(X))\}, \{R(X, f(X)), \neg R(f(X), X)\}, \{\neg R(X, f(Y)), R(X, Z), \neg R(Y, Z)\}\}$$

## Grupo IV

1. Considere a seguinte base de conhecimento em Prolog:

```
not(X) :- X, !, fail.  
not(X).  
q(X,Y) :- not(p(X)), !.  
q(X,Y) :- p(Y).  
p(a). p(b).
```

Apresente a respectiva árvore de inferência para o objectivo  $q(X, X)$ .

2. Considere a definição dos seguintes operadores em Prolog para representar as conectivas proposicionais:

```
:- op(1110, xfy, =>).
:- op( 1100, yfx, \\/).
:- op( 1000, yfx, /\).
:- op( 500, fxy, ~).
```

Defina o predicado `nnf(+Form, -NNF)` que determine a forma normal negativa de uma fórmula.

## Formulário

### Cálculo de Sequentes

$$(Corte) \frac{\Gamma, C \vdash \Delta \quad \Gamma' \vdash C, \Delta'}{\Gamma, \Gamma' \vdash \Delta, \Delta'}$$

$$(Ax) \frac{}{\Gamma, A \vdash A, \Delta}$$

$$(D \wedge) \frac{\Gamma \vdash P, \Delta \quad \Gamma \vdash Q, \Delta}{\Gamma \vdash P \wedge Q, \Delta}$$

$$(D \neg) \frac{\Gamma, P \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg P, \Delta}$$

$$(D \vee) \frac{\Gamma \vdash P, Q, \Delta}{\Gamma \vdash P \vee Q, \Delta}$$

$$(D \Rightarrow) \frac{\Gamma, P \vdash Q, \Delta}{\Gamma \vdash P \Rightarrow Q, \Delta}$$

$$(E \wedge) \frac{\Gamma, P, Q \vdash \Delta}{\Gamma, P \wedge Q \vdash \Delta}$$

$$(E \neg) \frac{\Gamma \vdash P, \Delta}{\Gamma, \neg P \vdash \Delta}$$

$$(E \vee) \frac{\Gamma, P \vdash \Delta \quad \Gamma, Q \vdash \Delta}{\Gamma, P \vee Q \vdash \Delta}$$

$$(E \Rightarrow) \frac{\Gamma, Q \vdash \Delta \quad \Gamma \vdash P, \Delta}{\Gamma, P \Rightarrow Q \vdash \Delta}$$

$$(E \forall) \frac{\Gamma, \forall X.\varphi, \varphi[t/X] \vdash \Delta}{\Gamma, \forall X.\varphi \vdash \Delta}$$

$$(E \exists) \frac{\Gamma, \varphi[A/X] \vdash \Delta}{\Gamma, \exists X.\varphi \vdash \Delta} \text{ sendo } A \text{ uma var. nova}$$

$$(D \forall) \frac{\Gamma \vdash \varphi[A/X], \Delta}{\Gamma \vdash \forall X.\varphi, \Delta} \text{ sendo } A \text{ uma var. nova}$$

$$(D \exists) \frac{\Gamma \vdash \exists X.\varphi, \varphi[t/X], \Delta}{\Gamma \vdash \exists X.\varphi, \Delta}$$