Lógica Computacional

LCC

2007/2008 (1ª Chamada)

Grupo I

1. Considere as fórmulas $\varphi \doteq p \vee q$ e $\psi \doteq p \Rightarrow q$.
   (a) Apresente modelos que validem e refutem as fórmulas apresentadas.
   (b) Mostre se ψ é consequência semântica de $\{\varphi\}$.
2. Mostre que $\Gamma \models A \Rightarrow B$ sse $\Gamma, A \models B$.
3. Considere a fórmula $\varphi \doteq (a \Rightarrow b \vee c) \Rightarrow a \wedge \neg b \Rightarrow c$.
   (a) Calcule a Forma Normal Negativa (FNN), Conjuntiva (FNC) e Disjuntiva (FND).
   (b) É possível estabelecer o *status de validade* da fórmula por simples inspecção das formas normais? Justifique.
4. A propriedade de *Eliminação do Corte* é um dos resultados mais importantes da meta-teoria do cálculo de sequentes. Enuncie essa propriedade e justifique a sua relevância.

Grupo II

1. Mostre que, se $\Gamma \vdash^{ND} \neg A$ então $\Gamma \vdash^{ND} \neg(A \wedge B)$.
2. Verifique, utilizando o método de *Tableaux*, a validade da fórmula $\varphi \doteq (a \Rightarrow b \vee c) \Rightarrow a \wedge \neg b \Rightarrow c$.
3. Aplique o algoritmo de *Robinson* sobre a FNC $[[a, \neg b, c], [\neg a, d, c], [\neg d], [\neg c]]$. Que pode concluir?

Grupo III

1. Considere a seguinte base de conhecimento:

```
s(X,Y):- t(X), q(X,Y).
s(0,Y):- r(Y).
q(X,Y):- r(X), t(Y).
r(1). r(2).
t(2). t(3).
```

   Quais as soluções apresentadas à questão `s(A,B)`? Apresente a àrvore de inferência respectiva.

2. Defina o predicado `merge` em *Prolog* que permita "calcular" a junção ordenada (*merge*) de duas listas ordenadas de inteiros.
3. Pode utilizar o predicado definido na alínea anterior instanciando unicamente a lista do resultado? Justifique.
4. Utilizando o predicado `merge` definido atrás, defina um predicado que `mergeSort/2` que permita "calcular" a ordenação de uma lista de inteiros. (obs.: pode definir predicados auxiliares, se entender necessário)

Lógica Computacional

Formulário

Regras de construção dos *Tableaux*

- Regras α:

α	α_1	α_2
$+(X \wedge Y)$	$+X$	$+Y$
$-(X \vee Y)$	$-X$	$-Y$
$-(X \Rightarrow Y)$	$+X$	$-Y$

- Regras β:

β	$\beta_1,\ \beta_2$
$-(X \wedge Y)$	$-X,\ -Y$
$+(X \vee Y)$	$+X,\ +Y$
$+(X \Rightarrow Y)$	$-X,\ +Y$
$+(\neg X)$	$-X$
$-(\neg X)$	$+X$

Dedução Natural

- Regras de Introdução

$$(\text{I } \wedge)\ \frac{\Gamma \vdash A \qquad \Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash A \wedge B} \qquad (\text{I } \vee_1)\ \frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash A \vee B} \qquad (\text{I } \vee_2)\ \frac{\Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash A \vee B}$$

$$(I \Rightarrow)\ \frac{\Gamma, A \vdash B}{\Gamma \vdash A \rightarrow B} \qquad (\text{I } \neg)\ \frac{\Gamma, A \vdash B \wedge \neg B}{\Gamma \vdash \neg A} \qquad (\text{I } \neg\neg)\ \frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash \neg\neg A}$$

- Regras de Eliminação:

$$(\text{E } \wedge_1)\ \frac{\Gamma \vdash A \wedge B}{\Gamma \vdash A} \qquad (\text{E } \wedge_1)\ \frac{\Gamma \vdash A \wedge B}{\Gamma \vdash B} \qquad (\text{E } \vee)\ \frac{\Gamma \vdash A \vee B \qquad \Gamma, A \vdash C \qquad \Gamma, B \vdash C}{\Gamma \vdash C}$$

$$(\text{E } \Rightarrow)\ \frac{\Gamma \vdash A \qquad \Gamma \vdash A \Rightarrow B}{\Gamma \vdash B} \qquad (\text{E } \neg)\ \frac{\Gamma \vdash A \qquad \Gamma \vdash \neg A}{\Gamma \vdash B} \qquad (\text{E } \neg\neg)\ \frac{\Gamma \vdash \neg\neg A}{\Gamma \vdash A}$$