UNIVERSIDADE DO MINHO

(a) ________ da disciplina de LÓGICA COMPUTACIONAL em ____ 20__

ALUNO (b) ________

curso de LIC. CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO ____ Docente que recebeu a prova ____

I

1 a) $\{p\} \models p \vee q$ $\quad\quad$ $\{\} \not\models p \vee q$

$\{\} \models p \Rightarrow q$ $\quad\quad$ $\{p\} \not\models p \Rightarrow q$

b) $\{\varphi\} \models \psi$ sse $\forall_M, M \models \varphi \Rightarrow M \models \psi$

Ora, $\{p\} \models \varphi$ e $\{p\} \not\models \psi$, logo não se verifica $\{\varphi\} \models \psi$

2- $\Gamma \models A \Rightarrow B$ sse $\Gamma, A \models B$

($\Rightarrow$) Seja M um modelo t.q. $M \models \Gamma, \{A\}$. Mas então, $M \models \Gamma$ e, por hipótese, $M \models A \Rightarrow B$. ~~Por outro lado~~ Pela def. validade, $M \not\models A$ ou $M \models B$ — Como sabemos que $M \models A$ ~~então~~ necessariamente $M \models B$, mostrando que $\Gamma, A \models B$

($\Leftarrow$) Seja M um modelo t.q. $M \models \Gamma$. Considere-se os casos:

(1) $M \models A$. Neste caso, $M \models \Gamma, A$ logo, pela hipótese, $M \models B$. Assim $M \models A \Rightarrow B$ (def. validade)

(2) $M \not\models A$. Mas nesse caso temos trivialmente que $M \models A \Rightarrow B$ (def.)

Concluímos assim que $M \models A \Rightarrow B$

3- $\varphi \doteq (a \Rightarrow b \vee c) \Rightarrow a \wedge \neg b \Rightarrow c$

a) $\varphi \equiv \neg(\neg a \vee b \vee c) \vee \neg(a \wedge \neg b) \vee c \equiv (a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee \neg a \vee b \vee c$ (FNN, FND)

$\equiv (a \vee \neg a \vee b \vee c) \wedge (\neg b \vee \neg a \vee b \vee c) \wedge (\neg c \vee \neg a \vee b \vee c)$ FNC

b) Sim, porque todas as cláusulas da FNC são fechadas. Assim todas as cláusulas são verdadeiras, sendo portanto a sua conjunção tb. verdadeira. A fórmula é então válida.

4- Propriedade de eliminação do corte: Se $\Gamma \vdash \Delta$ é derivável no cálculo de sequentes, então existe uma derivação de $\Gamma \vdash \Delta$ que não faz uso da regra de corte.

A relevância dessa propriedade no âmbito da meta-teoria do cálculo de sequentes resulta do facto ser ~~...~~ a regra de corte

(a) – Exercício escrito ou exame final $\quad\quad$ (b) – Nome completo em letra de imprensa

Corte $\dfrac{\Gamma \vdash A, \Delta \qquad \Gamma', A \vdash \Delta'}{\Gamma, \Gamma' \vdash \Delta\Delta'}$

a única que não satisfaz a propriedade de sub-fórmula (i.e. todas as fórmulas que ocorrem nas premissas são sub-fórmulas das que ocorrem nas conclusões). Essa propriedade é fundamental no processo de construção de derivações por "retrocesso" (das conclusões para as folhas).

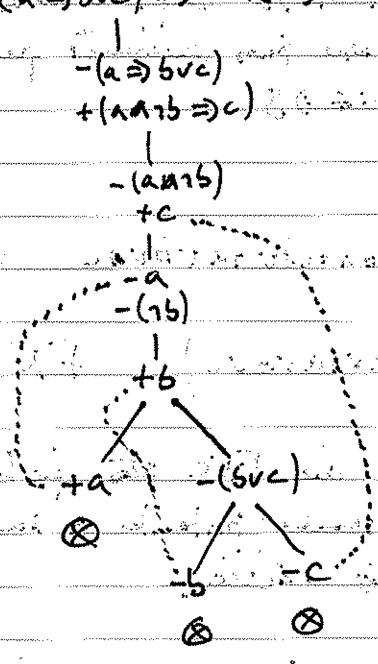
II

1 — Seja Π uma derivação com conclusão $\Gamma \vdash \neg A$.
Construa-se a derivação:

$$
I_\neg\,\dfrac{I_\wedge\,\dfrac{E_\wedge\,\dfrac{Ax\,\dfrac{}{\Gamma, A\wedge B \vdash A\wedge B}}{\Gamma, A\wedge B \vdash A} \qquad \dfrac{weak(\Pi)}{\Gamma, A\wedge B \vdash \neg A}}{\Gamma, A\wedge B \vdash A\wedge\neg A}}{\Gamma \vdash \neg(A\wedge B)}
$$

onde $weak(\Pi)$ denota o enfraquecimento da derivação Π para o sequente $\Gamma, A\wedge B \vdash \neg A$.

2 — $+ (a \Rightarrow b\vee c) \Rightarrow a\wedge\neg b \Rightarrow c$



Como todos os caminhos do Tableaux são fechados, a fórmula é válida.

3 -

$S_* = S_1 = \{[a,\neg b,c], [\neg a,d,c], [\neg d], [\neg c]\}$

S_1 \ S_*	[a,¬b,c]	[¬a,d,c]	[¬d]	[¬c]
[a,¬b,c]		[¬b,d,c]		[a,¬b]
[¬a,d,c]	[¬b,d,c]		[¬a,c]	[¬a,d]
[¬d]		[¬a,c]		
[¬c]	[a,¬b]	[¬a,d]		

$S_2 = \{[\neg b,d,c], [a,\neg b], [\neg a,c], [\neg a,d]\} \setminus S; \quad S := S \cup S_2$

S_2 \ S	[a,¬b,c]	[¬a,d,c]	[¬d]	[¬c]	[¬b,d,c]	[a,¬b]	[¬a,c]	[¬a,d]
[¬b,d,c]	—	~~[¬b,d]~~	[¬b,c]	[¬b,d]	—	—	—	—
[a,¬b]	—	[¬b,d,c]	—	—	—	—	[¬b,c]	[¬b,d]
[¬a,c]	[¬b,c]	—	—	[¬a]	—	[¬b,c]	—	—
[¬a,d]	[¬b,d,c]	—	[¬a]	—	—	[¬b,d]	—	—

$S_3 = \{[\neg b,c], [\neg b,d], [\neg b,d,c], [\neg a]\} \setminus S = \{[\neg a], [\neg b,c], [\neg b,d]\} \qquad S := S \cup S_3$

S_3 \ S	[a,¬b,c]	[¬a,d,c]	[¬d]	[¬c]	[¬b,d,c]	[a,¬b]	[¬a,c]	[¬a,d]	[¬a]	[¬b,c]	[¬b,d]
[¬a]	[¬b,c]	—	—	—	—	[¬b]	—	—	—	—	—
[¬b,c]	—	—	—	[¬b]	—	—	—	—	—	—	—
[¬b,d]	—	—	[¬b]	—	—	—	—	—	—	—	—

$S_4 = \{[\neg b,c], [\neg b]\} \setminus S = \{[\neg b]\} \qquad S := S \cup S_4$

S_4	[a,¬b,c]	[¬a,d,c]	[¬d]	[¬c]	[¬b,d,c]	[a,¬b]	[¬a,c]	[¬a,d]	[¬a]	[¬b,c]	[¬b,d]	[¬b]
[¬b]	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

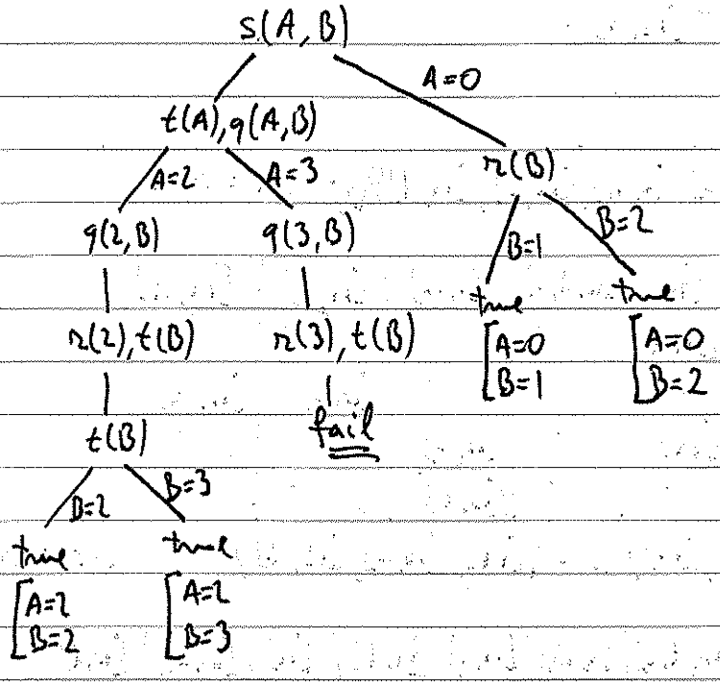
$S_5 = \emptyset$

Dado que não conseguimos derivar a cláusula vazia por resolução, a fórmula NÃO É INCONSISTENTE.

III

1- Soluções: $\begin{bmatrix} A=2 \\ B=2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} A=2 \\ B=3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} A=0 \\ B=1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} A=0 \\ B=2 \end{bmatrix}$

árvore:



2-
```
merge([],L,L).
merge(L,[],L).
merge([H1|T1],[H2|T2],[H1|T]) :- H1 =< H2, merge(T1,[H2|T2],T).
merge([H1|T1],[H2|T2],[H2|T]) :- H2 < H1, merge([H1|T1],T2,T).
```

3- Não, porque os predicados de comparação (=< e <) obrigam a que os argumentos estejam instanciados.

4-
```
mergeSort([],[]).
mergeSort([X],[X]).
mergeSort(L,R) :- split(L,L1,L2), mergeSort(L1,R1), mergeSort(L2,R2), merge(R1,R2,R).

split([],[],[]).
split([H|T],[H|L1],L2) :- split(T,L2,L1).
```