Lógica Computacional

LCC

2006/2007 (2ª Chamada)

Grupo I

1. Demonstre que $\Gamma \models \varphi$ se e só se $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ for uma teoria inconsistente.

2. Relembre a regra de eliminação da disjunção do sistema de *dedução natural*.

$$(\mathrm{E}\vee)\ \frac{\begin{array}{c} \\ \vdots \\ A \vee B\end{array} \quad \begin{array}{c}[A]_i \\ \vdots \\ C\end{array} \quad \begin{array}{c}[B]_i \\ \vdots \\ C\end{array}}{C}\ i$$

   Mostre como pode ser esta regra representada no cálculo de sequentes.

3. Prove usando o cálculo de sequentes a validade de:

$$p \vee q, p \Rightarrow r \vdash (q \Rightarrow r) \Rightarrow r$$

Grupo II

1. Verifique, utilizando o método de *Tableaux*, a validade de

$$(\neg p \Rightarrow t) \Rightarrow (\neg p \Rightarrow \neg t) \Rightarrow p$$

2. Calcule a FND da fórmula apresentada na alínea anterior. Será que pode, por simples inspecção da fórmula obtida, concluir alguma coisa sobre a validade da fórmula original? Justifique.

3. Use o algoritmo de *resolução de Robinson* para verificar se a seguinte consequência semântica se verifica:

$$\{r \wedge s \Rightarrow p, p \wedge r \Rightarrow t, r, s\} \models t$$

Grupo III

1. Apresente um contra-exemplo que refute a seguinte equivalência: $\exists X.\psi \wedge \exists X.\phi \equiv \exists X.(\psi \wedge \phi)$.

2. Construa a forma normal prenex da seguinte fórmula:
   $\forall x.P(x) \wedge \forall x.(Q(x) \Rightarrow \exists y.R(y, f(x, y)))$

3. Aplique o procedimento de Skolenização à fórmula obtida na alínea anterior. Que relação existe entre a fórmula obtida e a original?

4. Use a resolução para mostrar que da assunção $\forall x.\neg gosta(x, ana) \Rightarrow gosta(ana, x)$ se pode inferir que $gosta(ana, ana)$.

Lógica Computacional

Formulário

Regras de construção dos *Tableaux*

- Regras α:

α	α_1	α_2
$+(X \wedge Y)$	$+X$	$+Y$
$-(X \vee Y)$	$-X$	$-Y$
$-(X \Rightarrow Y)$	$+X$	$-Y$

- Regras β:

β	$\beta_1,\ \beta_2$
$-(X \wedge Y)$	$-X,\ -Y$
$+(X \vee Y)$	$+X,\ +Y$
$+(X \Rightarrow Y)$	$-X,\ +Y$
$+(\neg X)$	$-X$
$-(\neg X)$	$+X$

Cálculo de Sequentes

$$(\text{Corte})\ \frac{\Gamma, C \vdash \Delta \qquad \Gamma' \vdash C, \Delta'}{\Gamma, \Gamma' \vdash \Delta, \Delta'}$$

$$(\text{Ax})\ \frac{}{\Gamma, A \vdash A, \Delta}$$

$$(\text{D}\ \wedge)\ \frac{\Gamma \vdash P, \Delta \qquad \Gamma \vdash Q, \Delta}{\Gamma \vdash P \wedge Q, \Delta}$$

$$(\text{D}\ \neg)\ \frac{\Gamma, P \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg P, \Delta}$$

$$(\text{D}\ \vee)\ \frac{\Gamma \vdash P, Q, \Delta}{\Gamma \vdash P \vee Q, \Delta}$$

$$(\text{D}\ \Rightarrow)\ \frac{\Gamma, P \vdash Q, \Delta}{\Gamma \vdash P \Rightarrow Q, \Delta}$$

$$(\text{E}\ \wedge)\ \frac{\Gamma, P, Q \vdash \Delta}{\Gamma, P \wedge Q \vdash \Delta}$$

$$(\text{E}\ \neg)\ \frac{\Gamma \vdash P, \Delta}{\Gamma, \neg P \vdash \Delta}$$

$$(\text{E}\ \vee)\ \frac{\Gamma, P \vdash \Delta \qquad \Gamma, Q \vdash \Delta}{\Gamma, P \vee Q \vdash \Delta}$$

$$(\text{E}\ \Rightarrow)\ \frac{\Gamma, Q \vdash \Delta \qquad \Gamma \vdash P, \Delta}{\Gamma, P \Rightarrow Q \vdash \Delta}$$

$$(\text{E}\ \forall)\ \frac{\Gamma, \forall X.\varphi, \varphi[t/X] \vdash \Delta}{\Gamma, \forall X.\varphi \vdash \Delta}$$

$$(\text{E}\ \exists)\ \frac{\Gamma, \varphi[A/X] \vdash \Delta}{\Gamma, \exists X.\varphi \vdash \Delta}\ \text{sendo } A \text{ uma var. nova}$$

$$(\text{D}\ \forall)\ \frac{\Gamma \vdash \varphi[A/X], \Delta}{\Gamma \vdash \forall X.\varphi, \Delta}\ \text{sendo } A \text{ uma var. nova}$$

$$(\text{D}\ \exists)\ \frac{\Gamma \vdash \exists X.\varphi, \varphi[t/X], \Delta}{\Gamma \vdash \exists X.\varphi, \Delta}$$

Lógica Computacional

LCC

2006/2007 (2^{a} Chamada)

PROLOG

1. Considere o seguinte programa Prolog:

```
q(a). q(b).
r(a,2). r(a,3). r(b,1).
h(c,4).
h(X,Y) :- q(X), r(X,Y).
f(X,Y) :- !, r(X,Y), q(X).
f(d,5).
```

   Indique a sequência de respostas a cada uma das questões abaixo indicadas. Justifique a sua resposta desenhando as árvores de procura para cada questão:

   (a) `h(A,B).`

   (b) `f(A,B).`

2. Defina o predicado `altura(+Arv, ?N)` que devolve em `N` a altura da árvore `Arv`.

3. Relembre que uma árvore diz-se balanceada quando for vazia ou quando ambas as sub-árvores forem balanceadas e as respectivas alturas não diferem em mais do que uma unidade. Defina o predicado `balanceada(+Arv)` que verifique se a árvore `Arv` está balanceada.