Lógica Computacional

LCC

2006/2007 (1^{a} Chamada)

Grupo I

1. Demonstre que a teoria $\Gamma = \{\varphi, \neg\varphi\}$ é uma teoria inconsistente para qualquer fórmula φ.

2. Considere a fórmula

$$(p \land (p \Rightarrow t)) \Rightarrow \neg t.$$

   (a) Obtenha a BDD da fórmula apresentada por redução da *árvore binária de decisão* respectiva.

   (b) Tendo por base o grafo gerado, indique um modelo que valide a fórmula da alínea anterior e outro que a refute, caso existam.

   (c) Construa agora a BDD de forma estrutural (*bottom-up*). Quais as vantagens desta estratégia na construção de BDDs?

   (d) Determine a FNC e a FND da fórmula apresentada. Qual das formas normais é mais adequada para testar a validade de uma fórmula? Justifique.

Grupo II

1. Considere a seguinte FNC

$$\varphi = [[\neg p, \neg q, \neg r], [\neg q, \neg r], [q], [r]]$$

   (a) Aplique o particionamento de *Davis Putnam* em φ pelo símbolo proposicional r (ou seja, calcule $\mathrm{Split}^r(\varphi)$).

   (b) Prossiga com a execução do algoritmo. O que é que o resultado lhe permite concluir sobre φ?

Grupo III

1. Em que consiste o procedimento de *Skolenização* de uma fórmula lógica? Forneça um pequeno exemplo.

2. Utilize o cálculo de sequentes para verificar a validade da fórmula que se segue:

$$\forall x.P(x,x) \Rightarrow \forall y.\exists x.(P(x,y) \Rightarrow P(y,x))$$

3. Verifique, utilizando *Resolução de Primeira Ordem*, a seguinte fórmula:

$$\{\{R(x,x)\}, \{\neg R(x,f(x))\}, \{R(x,f(x)), \neg R(f(x),x)\}, \{\neg R(x,y), R(y,z)\}\}$$

Lógica Computacional

Formulário

Regras de construção dos *Tableaux*

- Regras α:

α	α_1	α_2
$+(X \wedge Y)$	$+X$	$+Y$
$-(X \vee Y)$	$-X$	$-Y$
$-(X \Rightarrow Y)$	$+X$	$-Y$

- Regras β:

β	$\beta_1,\ \beta_2$
$-(X \wedge Y)$	$-X,\ -Y$
$+(X \vee Y)$	$+X,\ +Y$
$+(X \Rightarrow Y)$	$-X,\ +Y$
$+(\neg X)$	$-X$
$-(\neg X)$	$+X$

Cálculo de Sequentes

$$(\text{Corte})\ \frac{\Gamma, C \vdash \Delta \qquad \Gamma' \vdash C, \Delta'}{\Gamma, \Gamma' \vdash \Delta, \Delta'}$$

$$(\text{Ax})\ \frac{}{\Gamma, A \vdash A, \Delta}$$

$$(\text{D}\ \wedge)\ \frac{\Gamma \vdash P, \Delta \qquad \Gamma \vdash Q, \Delta}{\Gamma \vdash P \wedge Q, \Delta}$$

$$(\text{D}\ \neg)\ \frac{\Gamma, P \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg P, \Delta}$$

$$(\text{D}\ \vee)\ \frac{\Gamma \vdash P, Q, \Delta}{\Gamma \vdash P \vee Q, \Delta}$$

$$(\text{D}\ \Rightarrow)\ \frac{\Gamma, P \vdash Q, \Delta}{\Gamma \vdash P \Rightarrow Q, \Delta}$$

$$(\text{E}\ \wedge)\ \frac{\Gamma, P, Q \vdash \Delta}{\Gamma, P \wedge Q \vdash \Delta}$$

$$(\text{E}\ \neg)\ \frac{\Gamma \vdash P, \Delta}{\Gamma, \neg P \vdash \Delta}$$

$$(\text{E}\ \vee)\ \frac{\Gamma, P \vdash \Delta \qquad \Gamma, Q \vdash \Delta}{\Gamma, P \vee Q \vdash \Delta}$$

$$(\text{E}\ \Rightarrow)\ \frac{\Gamma, Q \vdash \Delta \qquad \Gamma \vdash P, \Delta}{\Gamma, P \Rightarrow Q \vdash \Delta}$$

$$(\text{E}\ \forall)\ \frac{\Gamma, \forall X.\varphi, \varphi[t/X] \vdash \Delta}{\Gamma, \forall X.\varphi \vdash \Delta}$$

$$(\text{E}\ \exists)\ \frac{\Gamma, \varphi[A/X] \vdash \Delta}{\Gamma, \exists X.\varphi \vdash \Delta}\ \text{sendo } A \text{ uma var. nova}$$

$$(\text{D}\ \forall)\ \frac{\Gamma, \varphi[A/X] \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \forall X.\varphi, \Delta}\ \text{sendo } A \text{ uma var. nova}$$

$$(\text{D}\ \exists)\ \frac{\Gamma \vdash \exists X.\varphi, \varphi[t/X], \Delta}{\Gamma \vdash \exists X.\varphi, \Delta}$$

Lógica Computacional

LCC

2006/2007 (1ª Chamada)

PROLOG

1. Considere a seguinte base de conhecimento:

```
q(X,Y) :- /+ p(X), !.
q(X,Y) :- p(Y).
p(a). p(b).
```

   Indique todas as soluções retornadas o interpretador de prolog à questão `q(X,X)`? Construa a árvore de derivação correspondente.

2. Defina um predicado que verifique se uma árvore binária é uma árvore binária de procura.

3. Considere o predicado `insert(Elem, List1, List2)` de inserção ordenada (`List2` resulta da inserção de `Elem` em `List1`).

```
insert(X,[H|T],[H|T1]) :- X>H, !, insert(X,T,T1).
insert(X,L,[X|L]).
```

   Mostre, com um *goal* apropriado, que o predicado não satisfaz (sempre) a descrição apresentada. Como o poderia corrigir?