Cifras Clássicas

MICEI/MSDPA

José Carlos Bacelar Almeida
(jba@di.uminho.pt)

Cifras clássicas

- Cifras por Substituição

O alfabeto da mensagem é transformado no alfabeto do criptograma.

  - mono-alfabéticas

    Existe uma única substituição envolvida...

  - poli-alfabéticas

    São várias as substituições envolvidas...

- Cifras por Transposição

A ordem de ocorrência dos símbolos na mensagem é trocada para a produção do criptograma.

Cifras Mono-Alfabéticas

- Cifra de César
- Cifra linear
- Cifra por substituição genérica
- ...variantes...

Cifra de César

- Cifra de césar (Utilizada por Júlio César na campanha da Gália)
- E(x) = x + k [mod 26]
- D(y) = y – k [mod 26]

+6	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	X	W	Y	Z
	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	X	W	Y	Z	A	B	C	D	E	F

- Exemplo: “IGWZGMUKYZGTUVGVU”

(CartagoEstaNoPapo)

- Nº de chaves: 26 (uma delas “**fraca**”)

Cripto-análise da C. César

- Baixo número de chaves permite um ataque por força bruta

CRIPTOGRAMA:	FXLNTQCLOPNPDLC	
+1 :	GYMOURDMPQOQEMD	
+2 :	HZNPVSENQRPRFNE	
.... :	.....	
[MSG]+15 :	UMACIFRADECESAR	(K=26-15=11)
.... :	.....	
+24 :	DVJLROAJMNLNBJA	
+25 :	EWKMSPBKNOMOCKB	

- Análise de frequências permite ataques mais eficientes... (???)
  (alta frequência de 'L' sugere chave ('L'-'A')

Cifra Linear

- Generalização da Cifra de César
- $E(x) = a*x + b \ [mod\ 26]$
- Parâmetros *a* e *b* devem ser escolhidos de tal forma que *E(-)* disponha de inversa...
- Necessário que $gcd(a,26)=1$

  ... $26 = 2*13$
- Número de chaves superior à Cifra de César (quantas?)

Substituição arbitrária

- Utiliza uma substituição arbitrária.

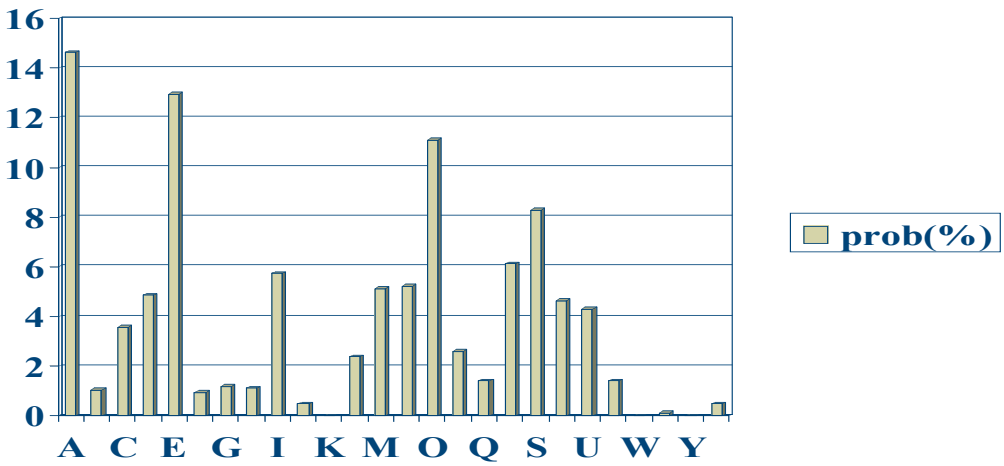
$$f : \Sigma \rightarrow \Delta$$

- Substituição inversa usada na decifragem (f^{-1})
- Muito utilizada em meios diplomáticos nos sec. XVI/XVII.
- Número de chaves elevado torna inviável ataque por força bruta (sem recurso a meios computacionais)
- E(x) = f (x)
- D(y) = f^{-1}(y)

Cripto-análise de cifras por substituição

- Análise de frequências (caracteres, pares, triplos).
- A descoberta da inversa de um símbolo não revela toda a substituição...
- Explorar peculiaridades da linguagem (e.g. “qu”; distribuição homogénea das vogais; etc.

Frequências de caracteres...



Outros padrões comuns...

- Pares

AS; OS; ES; RA; DE; EM; DO; AN; QU; AO; MA; AR; EN; TE; TA; UE; ER;...

- Triplos

QUE; EST; ENT; NAO; ...

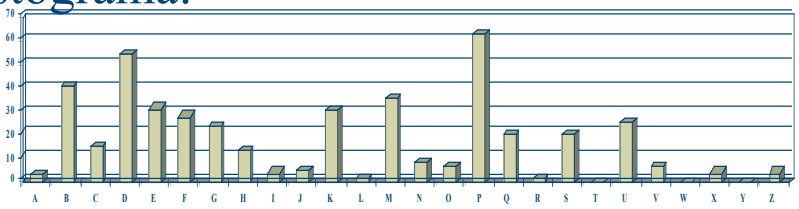
- Probabilidades condicinais; etc. etc.

Exemplo de cripto-análise...

- Criptograma:

```
FPGFBNBVPKFBDMSBEMDMGUCDKDGUGDMUSPMMDBEFLEFEQDCPPGIDEXDCBKPMDHKPMPFQBUGPSUGHKEGPF
QBMPXPKSESEBSURBHKBHBMEQBFUFSDSBGHKPPFCECPHDKQPDHDKQPFDBADVEDFDCDDCEZPKLDZEDGMPPM
NDKPMDGDVPEMPDNUPFQDVDMPCPZGEFUQBMCPUGMEOPFSEBHPFBMBFBDUNPCDPXSEQDSDBCBBUQBFBCPMU
KNEKDGUGDMHPKMBFDNPFMCPBKENPGBIMSUKDSBGJUPGPFQKPQEVPSBFSEOEDIUOBMPGKPMQDUKDFQPMPX
SPFQKESBMPMMPMQKDZEDGUGDHPKNUFQDQPKKEVPOBJUPPJUPVDEMUSPCPKKPMHBFCEOAPMJUPFDBMDIED
PPOPMBOADKDGHDKDBHKDQBSBGEFJUEPQDSDB
```

- Histograma:



Cripto-análise (cont.)

- Alguns palpites:
  - ‘P’, ‘D’, ‘B’ devem ser imagem de ‘A’, ‘E’, ‘O’
  - PM, PF, MP, KD, PK, KP
  - *PFQ*, KPM, **JUP**

```
ME-MO-O-E-MOAS-O-SAS-U-A-A-U-ASU-ESSAO-M--M--A-EE--A--A-O-ESA--ESEM-OU-E-U--
---EM-OSE-E-----O-U-O--O-OS--OMUM-A-O---EEM---E-A--EA-A--EMAO-A--AMA-AA---E-
-A--A-SEES-A-ESA-A-E-SEA-UEM-A-ASE-E---MU-OS-EU-S--EM--O-EMOSOMOAU-E-AE----
A-AO-OOU-OMO-ESU----A-U-AS-E-SOMA-EMS-EO---E-O-S-U-A-O-QUE-EM--E---E-OM----
A-U-OSE--ES-AU-AM-ESE--EM----OSESSES--A--A-U-A-E--UM-A-E----E-OQUEEQUE-A-SU-
E-E--ES-OM----ESQUEMAOSA--AEE-ESO--A-A--A-AO--A-O-O--MQU-E-A-AO
```

Cripto-análise (cont.)

- Backtracking...

```
NE-NO-O-ERNOAS-O-SAS-U-ARA-U-ASU-ESSAO-N--N-TA-EE--A--A-ORESA-RESENTOU-E-U--R--
ENTOSE-ER----O-U-O-RO-OS-TONUN-A-O--REEN---E-ARTEA-ARTENAO-A--ANA-AA---ER-A--A-
SEES-ARESA-A-E-SEA-UENTA-ASE-E---NUTOS-EU-S--EN--O-ENOSONOAU-E-AE---TA-AO-
OOUTONO-ESUR--RA-U-AS-ERSONA-ENS-EOR--E-O-S-URA-O-QUE-ENTRET--E-ON----A-U-OSE-
RESTAURANTESE--ENTR--OSESSESTRA--A-U-A-ER-UNTATERR--E-OQUEEQUE-A-SU-E-ERRES-ON---
-ESQUENAOSA--AEE-ESO--ARA--ARAO-RATO-O--NQU-ETA-AO
```

- ...e continuando...

```
NEMNOGOVERNOASCOISASMUDARAMUMASUCESSAOINFINITADEEMBAIXADORESAPRESENTOUMECUMPRIMEN
TOSEXERCICIOCUJOPROPOSITONUNCACOMPREENDIDEPARTEAPARTENAOHAVIANADAADIZERFAZIAMSEES
GARESAMAVEISEAGUENTAVASEDEZMINUTOSDEUMSILENCIOPENOSONOAUGEDAEXCITACAODOOUTONODESU
RGIRAMUMASPERSONAGENSDEORIGEMOBSCURACOMQUEMENTRETIVECONCILIABULOSEMRESTAURANTESEX
CENTRICOSESSESTRAZIAMUMAPERGUNTATERRIVELOQUEEQUEVAISUCEDERRESPONDILHESQUENAOSABIA
EELESOLHARAMPARAOPRATOCOMINQUIETACAO
```

Práticas/Extensões...

- As substituições arbitrárias são difíceis de memorizar/transmitir. Diferentes esquemas foram desenvolvidos para obviar problema.

e.g.

frase chave: CARTAGO ESTA NO PAPO
chave gerada: **CARTGOESNP**BDFHIJKLMQUVWYZ

- Análise de frequências é dificultada com a utilização de nulos; silabas; palavras secretas; substituição homomórfica...

$$f(\text{`A'}) = 32 \veebar 63 \veebar 231$$

Cifras Poli-alfabéticas

- Cifra de *Vigenère*
- Cifra *AutoKey*
- Cifra *Book*
- Cifra *Vernam* (*one-time-pad*)

Cifra de Vigenère

- Inventada por Blaise Vigenère (finais sec. XVI)
- “le chiffre indéchiffrable”!!!
- Utiliza uma combinação de “cifras por deslocamento”
- Quebrada no sec.XIX por Charles Babbage e Friedrich Kasiski

Descrição da cifra...

- Uma chave é utilizada para determinar a substituição a ser utilizada na cifra
- Tamanho da chave determina número de substituições utilizadas
- Cada substituição é um simples deslocamento determinado pelo carácter respectivo da chave (c.f. cifra de César)

Exemplo...

- K="BACO"

Chave	***B***	***A***	***C***	***O***	*B*	*A*	*C*	*O*	*B*	*A*	*C*	*O*	*B*	*A*	*C*	*O*	*B*
Mensagem	C	I	F	R	A	I	N	D	E	C	I	V	R	A	V	E	L
Criptograma	**D**	**I**	**H**	**F**	**B**	**I**	**P**	**R**	**F**	**C**	**K**	**J**	**S**	**A**	**X**	**S**	**M**

- tabela de Vigenère...

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	**L**	**M**	**N**	**O**	**P**	**Q**	**R**	**S**	**T**	**U**	**V**	**W**	**X**	**Y**	**Z**
B	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
A	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
C	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
O	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N

Cripto-análise...

- Descobrir tamanho da chave;
- Obter informações sobre a chave;
- Redução a uma cifra mono-alfabética
- Ataque a essa cifra...

Teste Kasiski

- Observação: sequência de caracteres são cifradas da mesma forma quando posicionadas na mesma posição da chave
- Procurar padrões comuns no criptograma
- Calcular sua posição relativa (afastamentos)
- ... sugestão para tamanho da chave: $gcd(p_i)$

Índice de coincidência

- Inventado em 1920 por Wolfe Friedman
- Definido como *a probabilidade de dois caracteres aleatórios de um texto serem iguais.*
- Característica própria de uma linguagem...

IC (cont.)

- Seja $x=x_1x_2...x_n$ com f_i $(0 \leq i < 26)$ a frequência de ocorrência de cada carácter.

$$Ic(x) = \frac{\sum_{i=0}^{25} f_i * (f_i - 1)}{n * (n-1)}$$

IC (cont.)

- Cada linguagem, com a sua distribuição de probabilidades pelos caracteres própria, dispõe de um valor Ic esperado característico.

$$\sum_{i=0}^{25} p_i^2$$

- Distribuição uniforme (pi=1/26): Ic = 0.038
- ??? Ic em {0,1}* com p(0)=p(1)=.5 e com p(0)=3/4,p(1)=1/4 ???

IC (cont.)

- Alguns valores para IC...

Português	*0,0738*
Inglês	0.0661
Francês	0.0778
Italiano	0.0738
Alemão	0.0762
Japonês	0.0819
Russo	0.0529
texto aleatório	0.0385

fonte: Basic Methods of Cryptography; Jan C A van der Lubbe

IC (cont.)

- Observações:
  - Uma substituição mono-alfabética não altera o valor de *IC* – espera-se então que o criptograma disponha de um *IC* próximo do valor esperado.
  - ...mas se múltiplas substituições forem utilizadas o valor de *IC* tende a baixar (aproximando-se, no limite, de *0.038*).
  - Pode-se assim procurar (confirmar) o tamanho da chave de uma cifra de Vigenère verificando os valores do *IC* para diferentes tamanhos.

Índice de Coincidência Mútua

- Definido como *a probabilidade de se escolher um carácter de um texto igual ao de um outro texto*.
- Sejam $x=x_1x_2...x_n$ e $y=y_1y_2...y_n$ com frequências f_i e f'_i $(0 \leq i < 26)$.

$$MIc(x,y) = \frac{\sum_{i=0}^{25} f_i * f_i'}{n * n'}$$

ICM (cont.)

- *??? Qual é o interesse deste teste ???*
  Afinal, é fácil de ver que o valor esperado vai coincidir com com o de Ic, i.e.

$$\sum_{i=0}^{25} p_i * p_i$$

- ... mas podemos investigar o impacto de uma cifra por deslocamento num dos textos...

ICM (cont.)

- Se x e y forem dois criptogramas cifrados por deslocamento k1 e k2, temos que o valor esperado de MIC é

$$\sum_{i=0}^{25} p_{i-k1} * p_{i-k2} = \sum_{i=0}^{25} p_i * p_{i+k1-k2} = \sum_{i=0}^{25} p_i * p_{i-k1+k2}$$

- Logo, MIC só depende da distância relativa das chaves k1 e k2

ICM (cont.)

- Índices de coincidência mútua esperados...

Desvio relativo	valor esperado MIC
0	0.065
1	0.039
2	0.032
3	0.034
4	0.044
5	0.033
6	0.036
7	0.039
8	0.034
9	0.034
10	0.038
11	0.045
12	0.039
13	0.043

obs.: para Inglês...

fonte: Cryptography: theory and practice; Stinson

Exemplo de cripto-análise

- Estratégia adoptada:
  - Obtenção do tamanho da chave pelo método de Kasiski (n).
  - Confirmação desse valor pelo cálculo de Ic
  - Organização do texto numa matriz de n colunas – obs.: cada coluna resulta do deslocamento determinado por um dos caracteres da chave.
  - Criação de uma tabela com todos os possíveis valores de ICM para pares de colunas (13 para cada par de colunas; n! entradas na tabela)
  - Por inspecção da tabela construída, determinar desvio relativo entre elementos da chave.
  - Ataque por força bruta para determinar qual o primeiro carácter da chave.

cripto-análise (cont.)

- Teste de Kasiski

```
"RHB": 41, 221      [180]
"BVV": 37, 67       [30]          2*3*5 - 2,3,5,6,10,15,30

"GT": 7, 28, 34, 163, 205  [21,27,156,198] [6,135,177] [48]
"TV": 94, 164, 181         [70,87] [17]
"TM": 8, 56, 244           [48,236] [188]
"RH": 40, 220, 250         [180,210] [30]
"RG": 126, 198, 204        [72,78] [6]
"QR": 213, 249, 255        [36,42] [6]
"QJ": 120, 145, 175        [25,55] [30]
```

- ??? **3** ??? **6** ???

cripto-análise (cont.)

- Índice de coincidência

1: 0.04217
2: 0.04545 ; 0.04932
3: 0.05747 ; 0.05640 ; 0.05266
4: 0.04009 ; 0.04864 ; 0.04759 ; 0.04663
5: 0.04354 ; 0.05225 ; 0.05354 ; 0.04977 ; 0.04977
6: 0.06659 ; 0.07293 ; 0.07610 ; 0.05920 ; 0.07198 ; 0.08195
7: 0.037 ; 0.038 ; 0.037 ; 0.035 ; 0.039 ; 0.046 ; 0.030
8: 0.043 ; 0.038 ; 0.057 ; 0.043 ; 0.047 ; 0.057 ; 0.056 ; 0.040

- Tamanho previsível da chave: 6

cripto-análise (cont.)

- Índice de Coincidência Mútua

0,1
5.79,5.73,5.06,4.65,3.1,4.39,3.36,1.65,1.65,2.84,3.31,4.49,3.31,5.06,4.91,**7.85**,4.18,3.72,3.41,3.41,1.81,1.6,2.94,2.89,4.29,4.6]
0,2
3.2,3.2,3.87,3.05,4.18,4.39,**7.9**,4.03,4.03,3.36,4.49,2.79,2.07,2.27,3.82,2.94,4.34,4.8,6.46,4.55,3.82,4.29,5.22,3.67,1.14,2.12
0,3
5.22,4.6,5.22,4.55,5.06,2.32,2.58,4.18,2.27,2.79,2.32,5.06,4.03,5.58,4.13,4.86,4.34,4.49,3.25,3.0,2.63,3.36,3.0,3.2,4.29,3.67
0,4
3.22,3.38,4.65,5.13,4.18,4.44,4.12,5.07,3.91,2.22,2.54,3.22,3.01,5.02,3.33,3.91,3.81,**7.72**,3.54,3.38,3.38,4.33,2.96,2.48,3.75,3.2
0,5
3.44,4.28,3.7,3.01,1.32,1.69,3.33,4.02,5.6,2.91,4.02,6.24,**7.93**,3.22,2.59,3.49,2.96,2.17,1.8,2.85,3.28,4.65,5.23,5.6,5.87,4.81
1,2
3.1,4.55,2.58,5.94,4.7,4.96,4.13,4.75,4.7,2.58,2.12,2.74,2.22,3.77,2.89,3.51,4.6,**8.26**,4.34,5.11,3.46,5.27,2.38,3.05,0.83,3.46
1,3
4.96,4.39,5.73,3.05,4.24,2.32,3.82,2.43,2.74,3.31,3.15,5.37,4.6,5.48,4.34,6.15,2.74,2.74,3.46,2.43,2.43,2.89,4.24,3.2,**6.46**,3.36
1,4
4.07,2.91,**7.77**,2.75,4.18,3.38,4.92,3.22,4.07,2.17,2.96,3.44,3.49,3.22,4.6,5.44,5.07,4.65,4.81,4.33,2.59,2.33,2.91,2.33,4.86,3.54
1,5
3.17,3.33,2.06,2.48,0.95,2.96,5.71,4.39,4.33,5.55,5.71,4.23,4.81,3.54,3.81,2.11,2.11,1.64,2.38,5.13,2.91,4.28,5.92,**8.4**,4.28,3.81
2,3
1.55,4.65,1.96,3.46,2.53,4.91,2.94,6.61,3.82,4.13,4.65,5.06,3.77,3.1,2.63,3.36,3.87,2.38,3.77,4.13,4.65,5.11,4.55,4.29,4.75,3.36
2,4
3.38,4.6,3.38,4.28,1.22,3.75,2.48,5.76,3.01,3.59,2.75,**7.88**,3.01,3.38,3.38,4.55,2.96,3.91,2.7,2.59,3.86,4.33,3.86,4.92,4.12,6.34
2,5
2.7,3.44,5.76,3.28,3.86,5.44,**8.25**,3.75,2.64,3.12,2.96,3.33,2.75,2.01,2.43,6.03,5.5,3.86,4.92,5.18,4.81,3.7,3.22,3.01,3.12,0.95
3,4
4.81,3.86,4.76,3.33,**6.82**,2.59,4.49,3.01,2.54,3.01,5.13,2.91,2.8,5.81,3.01,4.76,4.23,4.92,3.75,3.96,3.01,3.7,4.28,2.22,3.96,2.33
3,5
3.44,4.02,2.06,2.06,3.44,4.12,2.64,3.07,6.71,3.7,5.44,5.07,4.49,3.01,3.54,1.74,2.8,3.91,2.7,3.65,4.18,5.76,3.96,5.02,3.54,5.92

cripto-análise (cont.)

- Previsão da chave $(k_0k_1k_2k_3k_4k_5)$

$k_1-k_0 = 15$	$k_2-k_0 = 6$	$k_4-k_0 = 17$	$k_5-k_0 = 12$
$k_2-k_1 = 17$	$k_3-k_1 = 24$	$k_4-k_2 = 2$	$k_5-k_1 = 23$
$k_4-k_2 = 11$	$k_5-k_2 = 6$	$k_4-k_3 = 4$	$k_5-k_4 = 21$

- ...que se deduz uma das chaves...

"APGNRM","BQHOSN","CRIPTO","DSJQUP","ETKRVQ","FULSWR",
"GVMTXS","HWNUYT","IXOVZU","JYPWAV","KZQXBW","LARYCX",
"MBSZDY","NCTAEZ","ODUBFA","PEVCGB","QFWDHC","RGXEID",
"SHYFJE","TIZGKF","UJAHLG","VKBIMH","WLCJNI","XMDKOJ",
"YNELPK","ZOFMQL","

cripto-análise (cont.)

- Uma procura exaustiva revelaria (chave "CRIPTO"):

```
SEAPARECERUMAMENSAGEMINESPERADADURANTEACONFIGURACAODOE
XCELENOVAMENTEQUANDOFIZERNOVATENTATIVADECONFIGURACAOPO
DECRIARUMFICHEIRODEREGISTOQUEAJUDARAOSERVICODESUPORTET
ECNICODAMICROSOFTARESOLVEROPROBLEMADEPOISDECRIAROFICHE
IROCONTACTEOSERVICODESUPORTETECNICODAMICROSOFT
```

Cifra *AutoKey*

- Generaliza a cifra de Vigenère produzindo uma sequência de chave de tamanho arbitrário.
- Chave original é estendida com o texto limpo da mensagem a enviar.
- E.g. (K="BACO")

Chave	*B*	*A*	*C*	*O*	*C*	*I*	*F*	*R*	*A*	*I*	*N*	*D*	*E*	*C*	*I*	*F*	*R*
Mensagem	C	I	F	R	A	I	N	D	E	C	I	F	R	A	V	E	L
Criptograma	**D**	**I**	**H**	**F**	**C**	**Q**	**S**	**U**	**E**	**K**	**V**	**I**	**V**	**C**	**D**	**J**	**C**

- Problema: chave herda redundância da linguagem utilizada. (??? ...e se se utilizar o criptograma ???)

Cifra *Book*

- A sequência de chave é retirada de um livro acordado entre as partes (clássicos são candidatos óbvios: bíblia; Alice no pais das maravilas; O memorial do convento; etc.)
- E.g. (MC, pag. 59)

```
Levar este pão à boca é gesto fácil, excelente de fazer se a fome o reclama....
```

- Problema: redundância da linguagem do "livro" é preservada na chave.

Cifra de Vernam (*one time pad*)

- Sequência de chave é "verdadeiramente" aleatória.
- Descrita originalmente por *Gilbert Vernam* (1917) mas principais propriedades foram só estabelecidas por *Claude Shannon* (1947/9)
- Interesse é principalmente teórico: tamanho da chave torna-a impraticável.

- CIFRA PERFEITA! (? o que quer isto dizer ?)

Cifras por Transposição

Reordenam os símbolos do texto limpo para produzir o criptograma

- ...alguns exemplos muitos simples
- Cifra por transposição de linhas
- Cifra por transposição de colunas

Cifras Transposição (cont.)

- Espelho...

  UMAMENSAGEM -» MEGASNEMAMU
- Linha de comboio...

  U A E S G M

  M M N A E -» UAESGMMMNAE
- ...
- Ideia base na cifra: escrever a mensagem de acordo com uma convenção e ler o criptograma com outra convenção. Uma chave pode ser utilizada para determinar um dos processos envolvidos (ou ambos).
- Decifragem deve inverter procedimento da cifra.

Transposição de linhas

- Ideia base consiste em organizar o texto limpo numa matriz com *n* colunas (linha a linha).
- Aplicar uma permutação nas colunas *(write-in key)*.
- O criptograma consiste na releitura da matriz (tb. linha a linha).
- Decifragem consiste na aplicação da permutação inversa nas colunas *(read-off key)*.

Exemplo de aplicação

- Chave (permutação) é normalmente representada como uma String

E.g. palavra chave: **BARCO**
remoção de repetidos: **BARCO**
ordem lexicográfica (CHAVE): **21534**
permutação inversa: **21453**

- Texto limpo: EXEMPLODEUMACIFRA

E	X	E	M	P
L	O	D	E	U
M	A	C	I	F
R	A			

X	E	P	E	M
O	L	U	D	E
A	M	F	C	I
A	R			

E	X	E	M	P
L	O	D	E	U
M	A	C	I	F
R	A			

- Criptograma: XEPEMOLUDEMFCIAR

Cripto-análise C. Transposição

- Uma distribuição de frequências compatível com a esperada sugere que se trata de uma cifra por transposição.
- Ideia base: procurar determinar o período (tamanho do bloco) e testar aí as permutações possíveis.
- Ajudas:
  - Boa base de pares, triplos, etc...
  - Concentrar-se nas permutações que distribuem uniformemente as vogais.
  - ...habilidade para resolver anagramas...

Exemplo de cripto-análise

- Quebrar o seguinte criptograma...

AMSRAASBESAORAOSSESLIAANDUOQESDIACDOELNAPTRLAAUISNIAAT

AM SR AA SB ES AO RA OS SE SL IA AN DU OQ ES DI AC DO EL NA PT RL AA UI SN IA AT
MA RS AA ...
AMS RAA SBE SAO RAO SSE SLI AAN DUO QES DIA CDO ELN APT RLA AUI SNI AAT
MAS ARA BSE ...
AMSR AASB ESAO RAOS SESL IAAN DUOQ ESDI ACDO ELNA PTRL AAUI SNIA AT
AMSRA ASBES AORAO SSESL IAAND UOQES DIACD OELNA PTRLA AUISN IAAT
AMARS ASS...
AMARS BSA...
ASARM ABE...
AMSRAA SBESAO RAOSSE SLIAAN DUOQES DIACDO ELNAPT RLAAUI SNIAAT
ASARMA SEOSBA ROESAS SINALA DOSQUE DAOCID ENTALP RAIALU SITANA "136425"
AMSRAAS BESAORA OSSESLI AANDUOQ ESDIACD OELNAPT RLAAUIS NIAAT

ASARMASEOSBAROESASSINALADOSQUEDAOCIDENTALPRAIALUSITANA

Transposição de colunas

- Cifra consiste em escrever mensagem linha a linha mas ler coluna a coluna (de acordo com chave).
- Decifragem processa-se de forma dual (escreve colunas de acordo com a chave e lê linha a linha).
- Quando mensagem não é múltipla do comprimento da chave é necessário cuidado especial na decifragem.
- E.g. (Chave="cripto" =136425)

E	X	E	M	P	L
O	D	E	U	M	A
C	I	F	R	A	

- ... criptograma: EOCEEFLAMURXDIPMA
- ... comp.msg/comp.chave = 17/6 = 2+5/6

E	X	E	M	P	L
O	D	E	U	M	A
C	I	F	R	A	

Produto de Cifras

- Um sistema criptográfico é caracterizado

$$\langle T, C, K, e, d \rangle$$

$$e : K \times T \rightarrow C$$

$$d : K \times C \rightarrow T$$

  - T – espaço de textos limpos
  - C – espaço de criptogramas
  - K – espaço de chaves
  - e – operação de cifra
  - d – operação de decifragem
  - tal que: d(k,e(k,x))=x
- Se *C=T dizemos que o sistema criptográfico é endomórfico.*

Produto de cifras (cont.)

- Dados os sistemas criptográficos

$$S^1 = \langle T, T, K^1, e^1, d^1 \rangle$$

$$S^2 = \langle T, T, K^2, e^2, d^2 \rangle$$

dizemos que,

$$S^1 \times S^2 = \langle T, T, K^1 \times K^2, e, d \rangle$$

onde:

$$e_{(k_1,k_2)}(x) = e^2_{k_2}(e^1_{k_1}(x))$$

$$d_{(k_1,k_2)}(y) = d^1_{k_1}(d^2_{k_2}(y))$$

Produto de Cifras (cont.)

- O produto de cifras é associativo.
- Quando $S_1 * S_2 = S_2 * S_1$ os sistemas dizem-se **comutativos**.
- Quando $S^2 = S$ o sistema diz-se **idempotente**.
- Se S_1 e S_2 forem ambos idempotentes e comutarem, então $S_1 * S_2$ é também idempotente.

Exercícios

- Mostre que a cifra de César é idempotente.
- Mostre que a cifra *affine* pode ser definida como o produto da cifra de César com a cifra multiplicativa (onde $e_k(x)=k*x\ [mod\ 26]$). Mostre ainda que esta cifras comutam.
- Sejam S_1 e S_2 cifras de Vigenère com chaves de comprimento l_1 e l_2. Se $l_2|l_1$ (i.e. $l_1=n*l_2$) mostre que $S_2*S_1= S_1*S_2= S_1$.

Cifra ADFGVX

- Cifra utilizada pelos Alemães na 1ª grande guerra (quebrada pelos Ingleses).
- Produto de uma cifra por substituição com uma por transposição – padrão de utilização que ainda hoje encontramos em cifras modernas.
- Utiliza uma substituição fixa determinada pela tabela:

	A	D	F	G	V	X
A	K	Z	W	R	I	F
D	9	B	6	C	L	5
F	Q	7	J	P	G	X
G	E	V	Y	3	A	N
V	8	O	D	H	0	2
X	U	4	I	S	T	M

obs.: associa a cada carácter um par (linha,coluna) – e.g. “P”-»”FG”

- Texto intermédio é cifrado com cifra por transposição de colunas.

Exemplo de cifra

- Texto limpo: **PRODUCTCIPHERS**
- Texto intermédio: FGAGVDVFXADGXVDGXFFGVGGAAGXG
- Chave: DEUTSCH (2376514)

F	G	A	G	V	D	V
F	X	A	D	G	X	V
D	G	X	F	F	G	V
G	G	A	A	G	X	G

- Criptograma: DXGXFFDGGXGGVVVGVGFGCDFAAAXA

Máquinas de cifrar...

- Em geral, o produto de cifras torna o processo de cifragem demasiadamente complexo para ser realizado manualmente.
- Surgem assim dispositivos mecânicos responsáveis por essas operações.
- Exemplo famoso: **Enigma** – máquina utilizada pelos Alemães na 2ª grande guerra (quebrada pelos Ingleses).

Referências

- Cryptography: Theory and Practice – Stinson [cap. 1]
- The code book – Simon Singh [cap. 1..4]
- The code breakers – Kahn [cap. 2..8]
- Elementary Cryptoanalysis, Sinkov – [cap. 1..3]