

Cálculo de Programas

2.º ano

Lic. Ciências da Computação e Mestrado Integrado em Engenharia Informática
UNIVERSIDADE DO MINHO

2018/19 - Ficha nr.º 1 (revisões de PF)

1. A composição de funções define-se, em Haskell, tal como na matemática:

$$(f \cdot g) x = f (g x)$$

- (a) Calcule $(f \cdot g) x$ para os casos seguintes:

$$\begin{cases} f x = 2 * x \\ g x = x + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f = \text{succ} \\ g x = 2 * x \end{cases}$$

$$\begin{cases} f = \text{succ} \\ g = \text{length} \end{cases}$$

$$\begin{cases} g (x, y) = x + y \\ f = \text{succ} \cdot (2*) \end{cases}$$

- (b) Mostre que $(f \cdot g) \cdot h = f \cdot (g \cdot h)$, quaisquer que sejam f, g e h .

- (c) A função $id :: a \rightarrow a$ é tal que $id x = x$. Mostre que $f \cdot id = id \cdot f = f$ qualquer que seja f .

2. Codifique em Haskell as funções $\text{length} :: [a] \rightarrow \mathbb{Z}$ e $\text{reverse} :: [a] \rightarrow [a]$ que conhece da disciplina de Programação Funcional (PF) e que, respectivamente, calculam o comprimento da lista de entrada e a invertem.
3. Recorde o tipo que se usa em Haskell para representar valores opcionais:

```
data Maybe a = Nothing | Just a
```

Defina a função $\text{catMaybes} :: [Maybe a] \rightarrow [a]$ que extrai o conteúdo útil da lista de entrada.

4. Apresente definições em Haskell das seguintes funções que estudou em PF:

$\text{uncurry} :: (a \rightarrow b \rightarrow c) \rightarrow (a, b) \rightarrow c$ (que emparelha os argumentos de uma função)

$\text{curry} :: ((a, b) \rightarrow c) \rightarrow a \rightarrow b \rightarrow c$ (que faz o efeito inverso da anterior)

$\text{flip} :: (a \rightarrow b \rightarrow c) \rightarrow b \rightarrow a \rightarrow c$ (que troca a ordem dos argumentos de uma função)

5. Considere a seguinte declaração de um tipo de *árvores binárias*, em Haskell:

```
data LTree a = Leaf a | Fork (LTree a, LTree a)
```

Codifique as funções seguintes:

- $\text{flatten} :: \text{LTree } a \rightarrow [a]$ — que deverá dar a lista de elementos da árvore argumento
- $\text{mirror} :: \text{LTree } a \rightarrow \text{LTree } a$ — que deverá espelhar a árvore argumento

- $fmap :: (b \rightarrow a) \rightarrow LTree\ b \rightarrow LTree\ a$ – que deverá transformar cada folha x da árvore argumento na folha $f\ x$.

6. Atente na definição seguinte de um dos combinadores emblemáticos da linguagem Haskell, que já conhece de PF:

$$\begin{aligned} foldr &:: (a \rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b \\ foldr\ g\ z\ [] &= z \\ foldr\ g\ z\ (x : xs) &= x\ 'g'\ foldr\ g\ z\ xs \end{aligned}$$

- (a) Defina $length :: [a] \rightarrow \mathbb{Z}$ usando $foldr$.
- (b) O que faz a função $f = foldr\ (\cdot)\ []$? **Sugestão:** comece por copiar a definição dada e faça literalmente as substituições $g := (\cdot)$ e $z := []$. De seguida substitua $foldr\ (\cdot)\ []$ por f . Obtém assim uma definição explícita de f , sem recorrer ao combinador dado, que é mais fácil de inspeccionar.
7. Re-defina a função

$$\begin{aligned} concat &:: [[a]] \rightarrow [a] \\ concat &= foldr\ (++)\ [] \end{aligned}$$

sem recorrer ao combinador $foldr$ (Sugestão: faça como na questão 6).

8. Diga por palavras suas o que faz a função

$$\begin{aligned} f &:: [\mathbb{Z}] \rightarrow [\mathbb{Z}] \\ f\ s &= [a + 1 \mid a \leftarrow s, a > 0] \end{aligned}$$

e escreva-a sob a forma de um $foldr$.

9. Considere a função m seguinte:

$$\begin{aligned} m &:: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b] \\ m\ f\ [] &= [] \\ m\ f\ (h : t) &= (f\ h) : m\ f\ t \end{aligned}$$

- (a) Reescreva-a usando o combinador $foldr$.
- (b) Reescreva-a sem usar o combinador $foldr$.
- (c) Qual o tipo da expressão $m\ (\lambda x \rightarrow [x])$? E o que faz essa expressão?
- (d) Abreviando a função $\lambda x \rightarrow [x]$ pela designação *singl*, averigue qual o resultado das expressões

$$\text{let } s = m\ \textit{singl}\ \text{"Calculo de Programas"} \text{ in } concat\ s$$

e

$$concat\ (\textit{singl}\ \text{"Calculo de Programas"})$$

correndo-as mentalmente. Tente generalizar o que apurou nesse exercício mental.