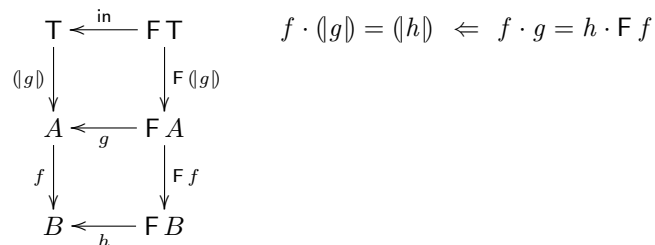


Cálculo de Programas

2.º ano das Licenciaturas em
Engenharia Informática e Ciências da Computação
UNIVERSIDADE DO MINHO

2014/15 - Ficha nr.º 6

1. O diagrama que se segue representa a lei gnérica para fusão de catamorfismos (identifique-a no formulário)



em que T é um tipo indutivo (eg. listas, \mathbb{N}_0) e in é a sua álgebra de construção (com inversa out ., não representada no diagrama). Apresente justificações para o cálculo que se segue dessa lei:

$$\begin{aligned}
 & f \cdot \langle g \rangle = \langle h \rangle \\
 \equiv & \quad \{ \dots \} \\
 & f \cdot \langle g \rangle \cdot \text{in} = h \cdot F(f \cdot \langle g \rangle) \\
 \equiv & \quad \{ \dots \} \\
 & f \cdot \langle g \rangle \cdot \text{in} = h \cdot Ff \cdot F \langle g \rangle \\
 \equiv & \quad \{ \dots \} \\
 & f \cdot g \cdot F \langle g \rangle = h \cdot Ff \cdot F \langle g \rangle \\
 \Leftarrow & \quad \{ \dots \} \\
 & f \cdot g = h \cdot Ff
 \end{aligned}$$

2. Recorra à lei de fusão deduzida na questão 1 para demonstrar a propriedade:

$$f \cdot (\text{for } f \ i) = \text{for } f \ (f \ i) \tag{F1}$$

3. O combinador

$\text{const} :: a \rightarrow b \rightarrow a$
 $\text{const } a \ b = a$

está disponível em Haskell para construir funções constantes, sendo habitual designarmos $\text{const } k$ por \underline{k} , qualquer que seja k . Sabendo as seguintes propriedades deste combinador (identifique-as no formulário),

$$\begin{aligned}
 \underline{k} \cdot g &= \underline{k} \\
 f \cdot \underline{k} &= \underline{f \ k}
 \end{aligned}$$

demonstre a igualdade

$$\langle \underline{b}, \underline{a} \rangle = \langle \underline{b}, \underline{a} \rangle \quad (\text{F2})$$

a partir da propriedade universal do produto e das propriedades das funções constantes acima indicadas.

4. Considere a função

$$\text{insgfor} = \text{for} \langle (1+) \cdot \pi_1, \text{cons} \rangle (1, [])$$

(a) Resolvendo a equação $\langle fsucc, \text{insg} \rangle = \text{insgfor}$ em ordem a $fsucc$ e insg usando as leis da recursividade múltipla e da troca (identifique-as no formulário), bem como (F2) acima, obtenha as seguintes definições

$$\begin{aligned} \text{insg } 0 &= [] \\ \text{insg } (n + 1) &= (fsuc \ n) : \text{insg } n \\ fsuc \ 0 &= 1 \\ fsuc \ (n + 1) &= fsuc \ n + 1 \end{aligned}$$

para essas funções.

(b) Mostre ainda que $fsucc = \text{succ}$ e que, portanto, insg se pode simplificar em:

$$\begin{aligned} \text{insg } 0 &= [] \\ \text{insg } (n + 1) &= (n + 1) : \text{insg } n \end{aligned}$$

(c) Diga por palavras suas o que faz a função insg .

5. Atente no diagrama da lei de “banana-split”

$$\langle (i), (j) \rangle = ((i \times j) \cdot \langle F \pi_1, F \pi_2 \rangle) \quad (\text{F3})$$

que abaixo se apresenta (identifique-a no formulário), onde T é um tipo indutivo genérico definido sobre o functor F .

- Identifique as funções $f1, f2, \dots, f6$ que encaixam no diagrama.
- Há duas maneiras de escrever $f7$: identifique-as e deduza a lei (F3) a partir delas.

