

# Cálculo de Programas

2.º ano das Licenciaturas em  
Engenharia Informática (LEI) e Ciências da Computação (LCC)  
da Universidade do Minho

2009/10 - Ficha nr.º 9

## 1. A função

$$\begin{aligned} \text{map } f \ [] &= [] \\ \text{map } f \ (h : t) &= (f \ h) : \text{map } f \ t \end{aligned}$$

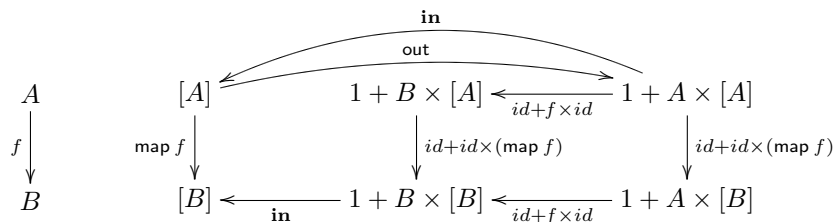
é o catamorfismo  $\text{map } f = (\llbracket \text{in} \cdot (id + f \times id) \rrbracket)$ , como sabe.

- (a) Mostre, usando as leis de reflexão e fusão-cata (entre outras), que as seguintes propriedades se verificam:

$$\text{map } id = id \tag{1}$$

$$(\text{map } f) \cdot (\text{map } g) = \text{map } (f \cdot g) \tag{2}$$

- (b) Se inspeccionar bem o diagrama que se segue



verifica que  $\text{map } f$  pode também ser escrita sob a forma de um anamorfismo,  $\text{map } f = \llbracket (id + id \times f) \cdot \text{out} \rrbracket$ .

Complete a prova que se segue dessa equivalência:

$$\begin{aligned} \text{map } f &= (\llbracket \text{in} \cdot (id + f \times id) \rrbracket) \\ &\equiv \{ \text{universal-cata} \} \\ &\dots\dots\dots \\ &\equiv \{ \dots \text{alguns passos depois} \dots \} \\ &\dots\dots\dots \\ &\equiv \{ \text{universal-ana} \} \\ \text{map } f &= \llbracket (id + f \times id) \cdot \text{out} \rrbracket \end{aligned}$$

- (c) Partindo de  $\text{map } f = \llbracket (id + f \times id) \cdot \text{out} \rrbracket$  demonstre que  $\text{map } f \cdot \llbracket g \rrbracket = \llbracket (id + f \times id) \cdot g \rrbracket$ .

2. Investigue o comportamento do anamorfismo  $\text{repeat} = [i_2 \cdot \langle id, id \rangle]$  cujo diagrama é:

$$\begin{array}{ccc}
 [\mathbb{N}_0] & \xleftarrow{\text{in}} & 1 + \mathbb{N}_0 \times [\mathbb{N}_0] \\
 \text{repeat} \uparrow & & \uparrow id + id \times \text{repeat} \\
 \mathbb{N}_0 & \xrightarrow{i_2 \cdot \langle id, id \rangle} & 1 + \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0
 \end{array}$$

Em particular:

- (a) Derive a definição *pointwise* de  $\text{repeat}$ .
- (b) Mostre que  $\text{map } f \cdot \text{repeat} = \text{repeat} \cdot f$ .