

# Cálculo de Programas

2.º ano das Licenciaturas em  
Engenharia Informática e Ciências da Computação da  
Universidade do Minho

2009/10 - Ficha nr.º 4

1. Demonstre a segunda lei de fusão do condicional de McCarthy:

$$(p \rightarrow f, g) \cdot h = (p \cdot h) \rightarrow (f \cdot h), (g \cdot h) \quad (1)$$

2. Mostre que a igualdade

$$\langle (p \rightarrow f, h), (p \rightarrow g, i) \rangle = p \rightarrow \langle f, g \rangle, \langle h, i \rangle \quad (2)$$

se verifica.

3. Considere a função

$$\text{iso} = \langle ! + !, [id, id] \rangle$$

- (a) Identifique o isomorfismo que ela testemunha, desenhando o diagrama respectivo.  
(b) Derive desse diagrama a respectiva propriedade *grátis*,

$$(id \times f) \cdot \text{iso} = \text{iso} \cdot (f + f) \quad (3)$$

e confirme essa derivação por cálculo analítico.

- (c) Derive uma definição em Haskell *pointwise*<sup>1</sup> de iso.

4. Desenhe a lei natural (*grátis*) da função

$$\begin{aligned} pwnil &:: a \rightarrow (a, ()) \\ pwnil &= \langle id, ! \rangle \end{aligned}$$

(extraída de `Cp.hs`) com recurso ao diagrama respectivo e demonstre-a analiticamente.

5. Defina funções em Haskell que testemunhem os seguintes isomorfismos:

- (a) `Maybe a`  $\cong$  `Either a ()`  
(b) `Either () ()`  $\cong$  `Bool`

Investigue a propriedade “*grátis*” das funções que escreveu na segunda alínea.

---

<sup>1</sup>Por esta expressão entende-se código que recorre a variáveis e não aos combinadores estudados nesta disciplina. Em suma, código do género do que escreveu em Programação Funcional.