

Cálculo de Programas

Licenciatura em Engenharia Informática

Ficha 3

1. Demonstre as seguintes propriedades sobre somas e desenhe os respectivos diagramas:

(a) $f \circ (g \nabla h) = f \circ g \nabla f \circ h$

(b) $(f \nabla g) \circ (h + j) = f \circ h \nabla g \circ j$

(c) $\text{coswap} \circ (f + g) = (g + f) \circ \text{coswap}$

2. Considere o isomorfismo $a + (b + c) \cong (a + b) + c$.

(a) Defina versões *point-free* das funções $\text{coassocl} :: a + (b + c) \rightarrow (a + b) + c$ e $\text{coassocr} :: (a + b) + c \rightarrow a + (b + c)$. Desenhe os respectivos diagramas.

(b) Demonstre que a versão *point-free* de coassocr corresponde à seguinte definição *pointwise*:

$$\begin{aligned} \text{coassocr} &:: \text{Either (Either } a \ b) \ c \rightarrow \text{Either } a \ (\text{Either } b \ c) \\ \text{coassocr (Left (Left } x)) &= \text{Left } x \\ \text{coassocr (Left (Right } x)) &= \text{Right (Left } x) \\ \text{coassocr (Right } x) &= \text{Right (Right } x) \end{aligned}$$

(c) Demonstre que $\text{coassocr} \circ \text{coassocl} = \text{id}$.

3. Considere a seguinte função: $\text{iso} = (\text{inl} \times \text{id}) \nabla (\text{inr} \times \text{id})$.

(a) Identifique o isomorfismo que testemunha, desenhando o diagrama respectivo.

(b) Derive uma definição *pointwise* da mesma.

(c) Demonstre a seguinte propriedade: $\text{fst} \circ \text{iso} = \text{fst} + \text{fst}$.

4. Considere a seguinte função: $\text{xyz} = (\text{id} \nabla \text{id}) \Delta (\text{id} \nabla \text{id})$.

(a) Identifique o seu tipo, desenhando o diagrama respectivo.

(b) Derive uma definição *pointwise* da mesma.

(c) Será que esta função testemunha um isomorfismo? Justifique a sua resposta.

5. Considere a seguinte função: $\text{iso} = (! + !) \Delta (\text{id} \nabla \text{id})$.

(a) Identifique o isomorfismo que testemunha, desenhando o diagrama respectivo.

(b) Derive uma definição *pointwise* da mesma.

(c) Demonstre a seguinte propriedade: $(\text{id} \times f) \circ \text{iso} = \text{iso} \circ (f + f)$.