

# Cálculo de Programas

## Licenciatura em Engenharia Informática

### Ficha 8

1. Assumindo que  $\text{map } f = \llbracket (\text{id} + f \times \text{id}) \circ \text{out}_L \rrbracket_L$  demonstre que  $\text{map } f \circ \llbracket g \rrbracket_L = \llbracket (\text{id} + f \times \text{id}) \circ g \rrbracket_L$ .

2. Considere a definição  $\text{repeat} = \llbracket \text{inr} \circ (\text{id} \Delta \text{id}) \rrbracket_L$ .

(a) Derive a definição *pointwise* correspondente a esta definição.

(b) Demonstre que  $\text{map } f \circ \text{repeat} = \text{repeat} \circ f$ .

3. Considere a definição  $\text{tails} = \llbracket (\text{id} + \text{snd} \Delta \text{snd}) \circ \text{out}_L \rrbracket_L$ .

(a) Demonstre que esta definição corresponde à seguinte definição *pointwise*:

$$\begin{aligned} \text{tails} &:: [a] \rightarrow [[a]] \\ \text{tails } [] &= [] \\ \text{tails } (h : t) &= t : \text{tails } t \end{aligned}$$

(b) Demonstre que  $\text{tails} \circ \text{map } f = \text{map } (\text{map } f) \circ \text{tails}$ .

4. A função que inverte uma lista pode ser definida como  $\text{rev} = \llbracket (! + \text{last} \Delta \text{init}) \circ \text{null?} \rrbracket_L$ .

(a) Demonstre que esta definição corresponde à seguinte definição *pointwise*:

$$\begin{aligned} \text{rev} &:: [a] \rightarrow [a] \\ \text{rev } l &= \mathbf{if} \text{ null } l \mathbf{ then } [] \mathbf{ else } \text{last } l : \text{rev } (\text{init } l) \end{aligned}$$

(b) Assumindo que  $\text{null} \circ \text{rev} = \text{null}$ ,  $\text{last} \circ \text{rev} = \text{head}$ ,  $\text{init} \circ \text{rev} = \text{rev} \circ \text{tail}$  e que  $\text{out}_L = (! + \text{head} \Delta \text{tail}) \circ \text{null?}$ , demonstre que  $\text{rev} \circ \text{rev} = \text{id}$ .

5. Defina as seguintes funções no estilo *point-free* usando anamorfismos. Desenhe também os respectivos diagramas.

(a)  $\text{iso} :: \text{Nat} \rightarrow [1]$

(b)  $\text{replicate} :: \text{Nat} \times a \rightarrow [a]$

(c)  $\text{inits} :: [a] \rightarrow [[a]]$