

Cálculo de Programas

Licenciatura em Engenharia Informática

Ficha 9

1. Considere o seguinte tipo de árvores binárias:

```
data BTree a = Empty | Node a (BTree a) (BTree a)
```

- (a) Atendendo ao isomorfismo $\text{BTree } a \cong 1 + a \times (\text{BTree } a \times \text{BTree } a)$, desenhe o diagrama dos anamorfismos para este tipo, e identifique a respectiva lei universal.
 - (b) Codifique no estilo *pointwise* a função $\text{unfoldbt} :: (a \rightarrow \text{Maybe } (b, a, a)) \rightarrow a \rightarrow \text{BTree } b$.
 - (c) Codifique no estilo *point-free*, usando um anamorfismo, a função $\text{toSpine} :: [a] \rightarrow \text{BTree } a$, que converte uma lista numa árvore completamente desbalanceada para a esquerda.
 - (d) Demonstre que $\text{fromSpine} \circ \text{toSpine} = \text{id}$, assumindo que $\text{fromSpine} = \llbracket (\text{id} + \text{id} \times \text{fst}) \circ \text{out}_{\text{BT}} \rrbracket_{\text{L}}$.
 - (e) Defina a função *quick-sort* no estilo *point-free*, usando um hilomorfismo com tipo intermédio $\text{BTree } a$. Poderá usar a função auxiliar $\text{split} :: a \times [a] \rightarrow [a] \times [a]$, definida como $\text{split } (h, t) = (\text{filter } (<h) t, \text{filter } (\geq h) t)$.
2. É bem conhecido que o quadrado de um número n é igual à soma dos primeiros n números ímpares. Recorrendo a esta definição, codifique a função $\text{square} :: \text{Nat} \rightarrow \text{Nat}$ no estilo *point-free*, usando um hilomorfismo com tipo intermédio $[\text{Nat}]$. Poderá usar as funções auxiliares $\text{double} :: \text{Nat} \rightarrow \text{Nat}$ e $\text{plus} :: \text{Nat} \times \text{Nat} \rightarrow \text{Nat}$.

3. Considere a seguinte definição:

```
plus :: (Nat, Nat) → Nat
plus (Zero, m)   = m
plus (Succ n, m) = Succ (add (n, m))
```

- (a) Qual o tipo intermédio do hilomorfismo correspondente a esta definição? Desenhe os respectivos diagramas dos catas e dos anas.
- (b) Defina os genes desse hilomorfismo no estilo *point-free*.