```
module Main where

main :: IO ()
main = do calcRoots
          putStrLn "Deseja continuar (s/n) ? "
          x <- getLine
          case (head x) of
               's' -> main
               'S' -> main
               _   -> putStrLn "\n FIM."

calcRoots :: IO ()
calcRoots = do putStrLn "Calculo das raizes do polimomio a x^2 + b x + c"
               putStrLn "Indique o valor do ceoficiente a: "
               a1 <- getLine >>= readIO
               putStrLn "Indique o valor do ceoficiente b: "
               b1 <- getLine >>= readIO
               putStrLn "Indique o valor do ceoficiente c: "
               c1 <- getLine >>= readIO
               case (roots  (a1,b1,c1)) of
                    Nothing       -> putStrLn "Nao ha' raizes reais"
                    (Just (r1,r2)) -> putStrLn ("As raizes do polinomio sao "++
                                                (show r1)++" e "++(show r2))

roots :: (Float,Float,Float) -> Maybe (Float,Float)
roots (a,b,c)
      | d >= 0 = Just ((-b + (sqrt d))/(2*a), (-b - (sqrt d))/(2*a))
      | d < 0  = Nothing
  where d = b^2 - 4*a*c
```


Tipos Abstractos de Dados

A quase totalidade dos tipos de dados que vimos até aqui são **tipos concretos de dados**, dado que se referem a uma estrutura de dados concreta fornecida pela linguagem.

Exemplos:

```
data ArvBin a = Vazia
              | Nodo a (ArvBin a) (ArvBin a)
```

```
type TB = [(Integer,String)]
```

`(ArvBin a)` e `TB` são dois tipos concretos. Sabemos como são constituidos os valores destes tipos e podemos extrair informação ou contruir novos valores, por manipulação directa dos construtores de valores destes tipos.

Em contraste, os **tipos abstractos de dados** não estão ligados a nenhuma representação particular. Em vez disso, eles são definidos implicitamente através de um conjunto de operações utilizadas para os manipular.

Exemplo: O tipo `(IO a)` é um tipo abstracto de dados. Não sabemos de que forma são os valores deste tipo. Apenas conhecemos um conjunto de funções para os maniputar.

Tipos Abstractos de Dados

As assinaturas das funções do tipo abstracto de dados e as suas especificações constituem o ***interface*** do tipo abstracto de dados. Nem a estrutura interna do tipo abstracto de dados, nem a implementação destas funções são visíveis para o utilizador.

Dada a especificação de um tipo abstracto de dados, as operações que o definem poderão ter *diferentes implementações*, dependendo da estrutura usada na representação interna de dados e dos algoritmos usados.

A utilização de tipos abstractos de dados trás benefícios em termos de **modularidade** dos programas. Alterações na implementação das operações do tipo abstracto não afecta outras partes do programa desde que as operações mantenham o seu tipo e a sua especificação.

Em Haskell, a construção de tipos abstractos de dados é feita utilizando módulos.

O módulo aonde se implementa o tipo abstracto de dados deve exportar apenas o nome do tipo e o nome das operações que constituem o seu interface. A representação do tipo fica assim escondida dentro do módulo, não sendo visível do seu exterior.

Deste modo, podemos mais tarde alterar a representação do tipo abstracto sem afectar os programas que utiliza esse tipo abstracto.

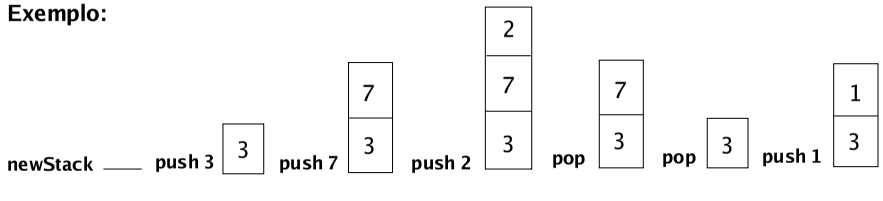
Stacks (pilhas)

Uma **Stack** é uma colecção homegénea de items que implementa a noção de pilha, de acordo com o seguinte interface:

`push :: a -> Stack a -> Stack a`	coloca um item no topo da pilha
`pop :: Stack a -> Stack a`	remove o item do topo da pilha
`top :: Stack a -> a`	dá o item que está no topo da pilha
`stackEmpty :: Stack a -> Bool`	testa se a pilha está vazia
`newStack :: Stack a`	cria uma pilha vazia

Os items da Stack são removidos de acordo com a estratégia **LIFO** (Last In First Out).

Exemplo:



```haskell
module Stack(Stack, push, pop, top, stackEmpty, newStack) where

push       :: a -> Stack a -> Stack a
pop        :: Stack a -> Stack a
top        :: Stack a -> a
stackEmpty :: Stack a -> Bool
newStack   :: Stack a

data Stack a = EmptyStk
             | Stk a (Stack a)

push x s = Stk x s

pop EmptyStk  = error "pop em stack vazia."
pop (Stk _ s) = s

top EmptyStk  = error "top em stack vazia."
top (Stk x _) = x

newStack = EmptyStk

stackEmpty EmptyStk = True
stackEmpty _        = False

instance (Show a) => Show (Stack a) where
    show (EmptyStk) = "#"
    show (Stk x s)  = (show x) ++ "|" ++ (show s)
```



```haskell
module Main where

import Stack

listTOstack :: [a] -> Stack a
listTOstack []     = newStack
listTOstack (x:xs) = push x (listTOstack xs)

stackTOlist :: Stack a -> [a]
stackTOlist s
    | stackEmpty s = []
    | otherwise    = (top s):(stackTOlist (pop s))

ex1 = push 2 (push 7 (push 3 newStack))
ex2 = push "abc" (push "xyz" newStack)
```

Exemplos:

```
*Main> ex1
2|7|3|#
*Main> ex2
"abc"|"xyz"|#
```

```
*Main> listTOstack [1,2,3,4,5]
1|2|3|4|5|#
*Main> stackTOlist ex2
["abc","xyz"]
*Main> stackTOlist (listTOstack [1,2,3,4,5])
[1,2,3,4,5]
```



```haskell
module Stack(Stack, push, pop, top, stackEmpty, newStack) where

push       :: a -> Stack a -> Stack a
pop        :: Stack a -> Stack a
top        :: Stack a -> a
stackEmpty :: Stack a -> Bool
newStack   :: Stack a

data Stack a = Stk [a]

push x (Stk s) = Stk (x:s)

pop (Stk [])    = error "pop em stack vazia."
pop (Stk (_:xs)) = Stk xs

top (Stk [])    = error "top em stack vazia."
top (Stk (x:_)) = x

newStack = Stk []

stackEmpty (Stk []) = True
stackEmpty _        = False

instance (Show a) => Show (Stack a) where
    show (Stk []) = "#"
    show (Stk (x:xs)) = (show x) ++ "|" ++ (show (Stk xs))
```

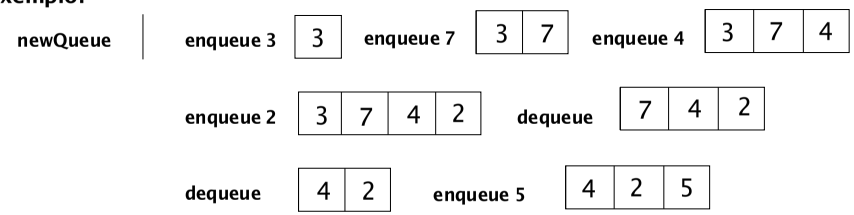

Queues (filas)

Uma **Queue** é uma colecção homegénea de items que implementa a noção de fila de espera, de acordo com o seguinte interface:

`enqueue :: a -> Queue a -> Queue`	coloca um item no fim da fila de espera
`dequeue :: Queue a -> Queue a`	remove o item do início da fila de espera
`front :: Queue a -> a`	dá o item que está à frente na fila de espera
`queueEmpty :: Queue a -> Bool`	testa se a fila de espera está vazia
`newQueue :: Queue a`	cria uma fila de espera vazia

Os items da Queue são removidos de acordo com a estratégia **FIFO** (First In First Out).

Exemplo:



```haskell
module Queue(Queue, enqueue, dequeue, front, queueEmpty, newQueue) where

enqueue    :: a -> Queue a -> Queue a
dequeue    :: Queue a -> Queue a
front      :: Queue a -> a
queueEmpty :: Queue a -> Bool
newQueue   :: Queue a

data Queue a = Q [a]

enqueue x (Q q) = Q (q++[x])

dequeue (Q (_:xs)) = Q xs
dequeue _          = error "Fila de espera vazia."

front (Q (x:_)) = x
front _         = error "Fila de espera vazia."

queueEmpty (Q []) = True
queueEmpty _      = False

newQueue = (Q [])

instance (Show a) => Show (Queue a) where
    show (Q []) = "."
    show (Q (x:xs)) = "<"++(show x)++(show (Q xs))
```



```haskell
module Main where

import Stack
import Queue

queueTOstack :: Queue a -> Stack a
queueTOstack q = qts q newStack
  where qts q s
      | queueEmpty q = s
      | otherwise    = qts (dequeue q) (push (front q) s)

stackTOqueue :: Stack a -> Queue a
stackTOqueue s = stq s newQueue
  where stq s q
      | stackEmpty s = q
      | otherwise    = stq (pop s) (enqueue (top s) q)

invQueue :: Queue a -> Queue a
invQueue q  = stackTOqueue (queueTOstack q)

invStack :: Stack a -> Stack a
invStack s  = queueTOstack (stackTOqueue s)

q1 = enqueue 3 (enqueue 6 (enqueue 1 newQueue))
s1 = push 2 (push 8 (push 9 newStack))
```


Exemplos:

```
*Main> q1
<1<6<3.
*Main> queueTOstack q1
3|6|1|#
*Main> invQueue q1
<3<6<1.
```

```
*Main> s1
2|8|9|#
*Main> stackTOqueue s1
<2<8<9.
*Main> invStack s1
9|8|2|#
```


Sets (conjuntos)

Um **Set** é uma colecção homegénea de items que implementa a noção de conjunto, de acordo com o seguinte interface:

`emptySet :: Set a`	cria um conjunto vazio
`setEmpty :: Set a -> Bool`	testa se um conjunto é vazio
`inSet :: (Eq a) => a -> Set a -> Bool`	testa se um item pertence a um conjunto
`addSet :: (Eq a) => a -> Set a -> Set a`	acrescenta um item a um conjunto
`delSet :: (Eq a) => a -> Set a -> Set a`	remove um item de um conjunto
`pickSet :: Set a -> a`	escolhe um item de um conjunto

É necessário testar a igualdade entre items, por isso o tipo dos items tem que pertencer à classe Eq. Mas certas implementações do tipo Set podem requerer outras restrições de classe sobre o tipo dos items.

É possível establecer um interface mais rico para o tipo abstracto Set, por exemplo, incluindo operações de união, intersecção ou diferença de conjuntos, embora se consiga definir estas operações à custa do interface actual.

A seguir apresentam-se duas implementações para o tipo abstracto Set.

```haskell
module Set(Set, emptySet, setEmpty, inSet, addSet, delSet) where

emptySet :: Set a
setEmpty :: Set a -> Bool
inSet    :: (Eq a) => a -> Set a -> Bool
addSet   :: (Eq a) => a -> Set a -> Set a
delSet   :: (Eq a) => a -> Set a -> Set a
pickSet  :: Set a -> a

data Set a = S [a]    -- listas com repetições

emptySet = S []

setEmpty (S []) = True
setEmpty _      = False

inSet _ (S [])                = False
inSet x (S (y:ys)) | x == y    = True
                   | otherwise = inSet x (S ys)

addSet x (S s) = S (x:s)

delSet x (S s) = S (delete x s)

delete x [] = []
delete x (y:ys) | x == y    = delete x ys
                | otherwise = y:(delete x ys)

pickSet (S [])    = error "Conjunto vazio"
pickSet (S (x:_)) = x
```



```haskell
module Set(Set, emptySet, setEmpty, inSet, addSet, delSet) where

emptySet :: Set a
setEmpty :: Set a -> Bool
inSet    :: (Eq a) => a -> Set a -> Bool
addSet   :: (Eq a) => a -> Set a -> Set a
delSet   :: (Eq a) => a -> Set a -> Set a
pickSet  :: Set a -> a

data Set a = S [a]  -- listas sem repetições

emptySet = S []

setEmpty (S []) = True
setEmpty _      = False

inSet _ (S [])                = False
inSet x (S (y:ys)) | x == y    = True
                   | otherwise = inSet x (S ys)

addSet x (S s) | (elem x s) = S s
               | otherwise  = S (x:s)

delSet x (S s) = S (delete x s)

delete x [] = []
delete x (y:ys) | x == y    = ys
                | otherwise = y:(delete x ys)

pickSet (S [])    = error "Conjunto vazio"
pickSet (S (x:_)) = x
```


Tables (tabelas)

`(Table a b)` é uma colecção de associações entre chaves do tipo `a` e valores do tipo `b`, implementando assim uma função finita, com domínio em `a` e co-domínio em `b`, através de uma determinada estrutura de dados.

O tipo abstracto tabela poderá ter o seguinte interface:

```haskell
newTable :: Table a b

findTable :: (Ord a) => a -> Table a b -> Maybe b

updateTable :: (Ord a) => (a,b) -> Table a b -> Table a b

removeTable :: (Ord a) => a -> Table a b -> Table a b
```

Para permitir implementações eficientes destas operações, está-se a exigir que o tipo das chaves pertença à classe `Ord`.

A seguir apresentam-se duas implementações distintas para o tipo abstracto tabela:

- usando uma lista de pares *(chave,valor)* ordenada por ordem crescente das chaves;
- usando uma árvore binária de procura com pares *(chave, valor)* nos nodos da árvore.


```haskell
module Table(Table, newTable, findTable, updateTable, removeTable) where

newTable    :: Table a b
findTable   :: (Ord a) => a -> Table a b -> Maybe b
updateTable :: (Ord a) => (a,b) -> Table a b -> Table a b
removeTable :: (Ord a) => a -> Table a b -> Table a b


data Table a b = Tab [(a,b)]    -- lista ordenada por ordem crescente

newTable = Tab []

findTable _ (Tab []) = Nothing
findTable x (Tab ((c,v):cvs))
                | x < c  = Nothing
                | x == c = Just v
                | x > c  = findTable x (Tab cvs)

updateTable (x,z) (Tab []) = Tab [(x,z)]
updateTable (x,z) (Tab ((c,v):cvs))
                | x < c  = Tab ((x,z):(c,v):cvs)
                | x == c = Tab ((c,z):cvs)
                | x > c  = let (Tab t) = updateTable (x,z) (Tab cvs)
                           in Tab ((c,v):t)
```

{- -- continua -- -}

{- -- continuação do slide anterior -- -}

```
removeTable _ (Tab []) = Tab []
removeTable x (Tab ((c,v):cvs))
                      | x < c  = Tab ((c,v):cvs)
                      | x == c = Tab cvs
                      | x > c  = let (Tab t) = removeTable x (Tab cvs)
                                 in Tab ((c,v):t)


instance (Show a,Show b) => Show (Table a b) where
    show (Tab []) = ""
    show (Tab ((c,v):cvs)) = (show c)++"\t"++(show v)++"\n"++(show (Tab cvs))
```

Evita-se derivar o método show de forma automática, para não revelar a implementação do tipo abstracto.


```
module Table(Table, newTable, findTable, updateTable, removeTable) where

newTable    :: Table a b
findTable   :: (Ord a) => a -> Table a b -> Maybe b
updateTable :: (Ord a) => (a,b) -> Table a b -> Table a b
removeTable :: (Ord a) => a -> Table a b -> Table a b

                        -- Arvore binaria de procura
data Table a b = Empty
               | Node (a,b) (Table a b) (Table a b)

newTable = Empty

findTable _ Empty = Nothing
findTable x (Node (c,v) e d)
                   | x < c  = findTable x e
                   | x == c = Just v
                   | x > c  = findTable x d

updateTable (x,z) Empty = Node (x,z) Empty Empty
updateTable (x,z) (Node (c,v) e d)
                   | x < c  = Node (c,v) (updateTable (x,z) e) d
                   | x == c = Node (c,z) e d
                   | x > c  = Node (c,v) e (updateTable (x,z) d)
```

{- -- continua -- -}

{- -- continuação do slide anterior -- -}

```
removeTable _ Empty = Empty
removeTable x (Node (c,_) e Empty) | x == c = e
removeTable x (Node (c,_) Empty d) | x == c = d
removeTable x (Node (c,v) e d)
                         | x < c  = Node (c,v) (removeTable x e) d
                         | x > c  = Node (c,v) e (removeTable x d)
                         | x == c = let (y,z) = minTable d
                                    in Node (y,z) e (removeTable y d)


minTable :: Table a b  -> (a,b)
minTable (Node (c,v) Empty _) = (c,v)
minTable (Node _ e _)         = minTable e


instance (Show a,Show b) => Show (Table a b) where
    show Empty = ""
    show (Node (c,v) e d) = (show e)++(show c)++"\t"++(show v)++"\n"++(show d)
```



```
module Main where

import Table

type Numero = Integer
type Nome   = String
type Nota   = Integer

pauta :: [(Numero,Nome,Nota)] -> Table Numero (Nome,Nota)
pauta [] = newTable
pauta ((x,y,z):xyzs) = updateTable (x,(y,z)) (pauta xyzs)

info = [(1111,"Mario",14), (5555,"Helena",15), (3333,"Teresa",12),
        (7777,"Pedro",15), (2222,"Rui",17), (9999,"Pedro",10)]
```

Exemplos:

```
*Main> pauta info
1111   ("Mario",14)
2222   ("Rui",17)
3333   ("Teresa",12)
5555   ("Helena",15)
7777   ("Pedro",15)
9999   ("Pedro",10)
```

```
*Main> findTable 5555 (pauta info)
Just ("Helena",15)
*Main> findTable 8888 (pauta info)
Nothing
*Main> removeTable 9999 (pauta info)
1111    ("Mario",14)
2222    ("Rui",17)
3333    ("Teresa",12)
5555    ("Helena",15)
7777    ("Pedro",15)
```

Como estará a tabela implementada ?