

## Herança

O sistema de classes do Haskell também suporta a noção de herança.

**Exemplo:** Podemos definir a classe `Ord` como uma *extensão* da classe `Eq`.

-- isto é uma simplificação da classe `Ord` já pré-definida

```
class (Eq a) => Ord a where
  (<), (<=), (>=), (>) :: a -> a -> Bool
  max, min                :: a -> a -> a
```

A classe `Ord` herda todos os métodos de `Eq` e, além disso, estabelece um conjunto de operações de comparação e as funções máximo e mínimo.

Diz-se que `Eq` é uma *superclasse* de `Ord`, ou que `Ord` é uma *subclasse* de `Eq`.

Todo o tipo que é instância de `Ord` tem necessariamente que ser instância de `Eq`.

**Exemplo:**

```
estaABProc :: Ord a => a -> ArvBin a -> Bool
estaABProc _ Vazia = False
estaABProc x (Nodo y e d) | x < y = estaABProc x e
                          | x > y = estaABProc x d
                          | x == y = True
```

A restrição `(Eq a)` não é necessária. Porquê ?

109

## A classe Ord

```
data Ordering = LT | EQ | GT
              deriving (Eq, Ord, Ix, Enum, Read, Show, Bounded)
```

```
class (Eq a) => Ord a where
  compare :: a -> a -> Ordering
  (<), (<=), (>=), (>) :: a -> a -> Bool
  max, min                :: a -> a -> a

-- Minimal complete definition: (<=) or compare
-- using compare can be more efficient for complex types
compare x y | x==y      = EQ
            | x<=y      = LT
            | otherwise = GT

x <= y      = compare x y /= GT
x < y       = compare x y == LT
x >= y      = compare x y /= LT
x > y       = compare x y == GT

max x y | x <= y      = y
        | otherwise  = x
min x y | x <= y      = x
        | otherwise  = y
```

111

## Herança múltipla

O sistema de classes do Haskell também suporta herança múltipla. Isto é, uma classe pode ter mais do que uma superclasse.

**Exemplo:** A classe `Real`, já pré-definida, tem a seguinte declaração

```
class (Num a, Ord a) => Real a where
  toRational :: a -> Rational
```

A classe `Real` herda todos os métodos da classe `Num` e da classe `Ord` e estabelece mais uma função.

**NOTA:** Na declaração dos tipos dos métodos de uma classe, é possível colocar restrições às variáveis de tipo, excepto à variável de tipo da classe que está a ser definida.

**Exemplo:**

```
class C a where
  m1 :: Eq b => (b,b) -> a -> a
  m2 :: Ord b => a -> b -> b -> a
```

O método `m1` impõe que `b` pertença à classe `Eq`, e o método `m2` impõe que `b` pertença a `Ord`. Restrições à variável `a`, se forem necessárias, terão que ser feitas no contexto da classe, e nunca ao nível dos métodos.

110

## Exemplos de instâncias de Ord

**Exemplo:**

```
instance Ord Nat where
  compare (Suc _) Zero = GT
  compare Zero (Suc _) = LT
  compare Zero Zero    = EQ
  compare (Suc n) (Suc m) = compare n m
```

Instâncias da classe `Ord` podem ser derivadas automaticamente. Neste caso, a relação de ordem é estabelecida com base na ordem em que os construtores são apresentados e na relação de ordem entre os parâmetros dos construtores.

**Exemplo:**

```
data AB a = V | NO a (AB a) (AB a)
          deriving (Eq,Ord)
```

```
ar1 = NO 1 V V
ar2 = NO 2 V V
```

Será que poderíamos não derivar `Eq` ?

```
> V < ar1
True
> ar1 < ar2
True
> (NO 4 ar1 ar2) < (NO 5 ar2 ar1)
True
> (NO 4 ar1 ar2) < (NO 3 ar2 ar1)
False
> (NO 4 ar1 ar2) < (NO 4 ar2 ar1)
True
```

112

As restrições às variáveis de tipo que são impostas pelo contexto, *propagam-se* ao logo do processo de inferência de tipos do Haskell.

**Exemplo:** Relembre a definição da função quicksort.

```
parte :: (Ord a) => a -> [a] -> ([a],[a])
parte _ [] = ([],[a])
parte x (y:ys) | y < x = (y:as,bs)
                | otherwise = (as,y:bs)
  where (as,bs) = parte x ys
```

```
quicksort :: (Ord a) => [a] -> [a]
quicksort [] = []
quicksort (x:xs) = let (l1,l2) = parte x xs
                    in (quicksort l1)++[x]++(quicksort l2)
```

Note como o contexto (Ord a) do tipo da função parte se propaga para a função quicksort.

113

## Exemplos de instâncias de Show

**Exemplo:**

```
natToInt :: Nat -> Int
natToInt Zero = 0
natToInt (Suc n) = 1 + (natToInt n)
```

```
instance Show Nat where
  show n = show (natToInt n)
```

```
> Suc (Suc Zero)
2
```

Instâncias da classe Show podem ser derivadas automaticamente. Neste caso, o método show produz uma string com o mesmo aspecto do valor que lhe é passado como argumento.

**Exemplo:** Se, em alternativa, tivéssemos feito

```
data Nat = Zero | Suc Nat
  deriving Show
```

teríamos

```
> Suc (Suc Zero)
Suc (Suc Zero)
```

**Exemplo:**

```
instance Show Hora where
  show (AM h m) = (show h) ++ ":" ++ (show m) ++ " am"
  show (PM h m) = (show h) ++ ":" ++ (show m) ++ " pm"
```

```
> (AM 9 30)
9:30 am
```

```
> (PM 1 35)
1:35 pm
```

115

## A classe Show

A classe Show estabelece métodos para converter um valor de um tipo qualquer (que lhe pertença) numa string.

O interpretador Haskell usa o método **show** para apresentar o resultado dos seu cálculos.

```
class Show a where
  show      :: a -> String
  showsPrec :: Int -> a -> ShowS
  showList  :: [a] -> ShowS

-- Minimal complete definition: show or showsPrec
show x      = showsPrec 0 x ""
showsPrec _ x s = show x ++ s
showList []  = showString "[]"
showList (x:xs) = showChar '[' . shows x . showl xs
  where showl []      = showChar ']'
        showl (x:xs) = showChar ',' . shows x . showl xs
```

```
type ShowS = String -> String
```

A função showsPrec usa uma string como acumulador. É muito eficiente.

```
shows :: Show a => a -> ShowS
shows = showsPrec 0
```

114

## A classe Num

A classe Num está no topo de uma *hierarquia de classes (numéricas)* desenhada para controlar as operações que devem estar definidas sobre os diferentes tipos de números.

Os tipos Int, Integer, Float e Double, são instâncias desta classe.

```
class (Eq a, Show a) => Num a where
  (+), (-), (*) :: a -> a -> a
  negate       :: a -> a
  abs, signum  :: a -> a
  fromInteger  :: Integer -> a

-- Minimal complete definition: All, except negate or (-)
x - y      = x + negate y
negate x   = 0 - x
```

A função fromInteger converte um Integer num valor do tipo Num a => a.

```
Prelude> :t 35
35 :: Num a => a
```

35 é na realidade (fromInteger 35)

```
Prelude> 35 + 2.1
37.1
```

116

## Exemplos de instâncias de Num

Exemplo:

```
instance Num Nat where
  (+) = somaNat
  (*) = prodNat
  (-) = subNat
  fromInteger = deInteger
  abs = id
  signum = sinal
  negate n = error "indefinido ..."
```

Note que Nat já pertence às classes Eq e Show.

```
prodNat :: Nat -> Nat -> Nat
prodNat Zero _ = Zero
prodNat (Suc n) m = somaNat m (prodNat n m)
```

```
subtNat :: Nat -> Nat -> Nat
subtNat n Zero = n
subtNat (Suc n) (Suc m) = subtNat n m
subtNat Zero _ = error "indefinido ..."
```

```
sinal :: Nat -> Nat
sinal Zero = Zero
sinal (Suc _) = Suc Zero
```

```
deInteger :: Integer -> Nat
deInteger 0 = Zero
deInteger (n+1) = Suc (deInteger n)
deInteger _ = error "indefinido ..."
```

```
somaNat :: Nat -> Nat -> Nat
somaNat Zero n = n
somaNat (Suc n) m = Suc (somaNat n m)
```

117

## A classe Enum

A classe Enum estabelece um conjunto de operações que permitem *sequências aritméticas*.

```
class Enum a where
  succ, pred      :: a -> a
  toEnum          :: Int -> a
  fromEnum        :: a -> Int
  enumFrom        :: a -> [a]           -- [n..]
  enumFromThen    :: a -> a -> [a]     -- [n,m..]
  enumFromTo      :: a -> a -> [a]     -- [n..m]
  enumFromThenTo  :: a -> a -> a -> [a] -- [n,n'..m]

-- Minimal complete definition: toEnum, fromEnum
succ      = toEnum . (1+)
pred      = toEnum . subtract 1
enumFrom x = map toEnum [ fromEnum x .. ]
enumFromThen x y = map toEnum [ fromEnum x, fromEnum y .. ]
enumFromTo x y = map toEnum [ fromEnum x .. fromEnum y ]
enumFromThenTo x y z = map toEnum [ fromEnum x, fromEnum y .. fromEnum z ]
```

Entre as instâncias desta classe contam-se os tipos: Int, Integer, Float, Char, Bool, ...

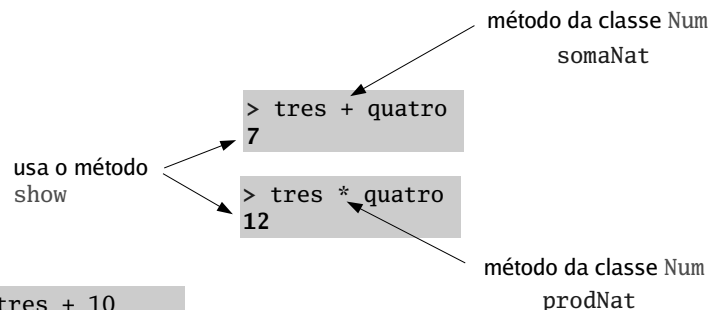
Exemplos:

```
Prelude> [2,2.5 .. 4]
[2.0,2.5,3.0,3.5,4.0]
```

```
Prelude> ['a'..'z']
"abcdefghijklmnopqrstuvwxyz"
```

119

```
tres = Suc (Suc (Suc Zero))
quatro = Suc tres
```



**Nota:** Não é possível derivar automaticamente instâncias da classe Num.

118

## Exemplos de instâncias de Enum

Exemplo:

```
instance Enum Nat where
  toEnum = intToNat
  where intToNat :: Int -> Nat
        intToNat 0 = Zero
        intToNat (n+1) = Suc (intToNat n)

  fromEnum = natToInt
```

```
> [Zero, tres .. (tres * tres)]
[0,3,6,9]
> [Zero .. tres]
[0,1,2,3]
> [(Suc Zero), tres .. ]
[1,3,6,9,12,15,18,21,23,25, ...]
```

É possível derivar automaticamente instâncias da classe Enum, apenas em *tipos enumerados*.

Exemplo:

```
data Cor = Azul | Amarelo | Verde | Vermelho
  deriving (Enum, Show)
```

```
> [Azul .. Vermelho]
[Azul,Amarelo,Verde,Vermelho]
```

120

## A classe Read

A classe `Read` estabelece funções que são usadas na conversão de uma string num valor do tipo de dados (instância de `Read`).

### class Read a where

```
readsPrec :: Int -> ReadS a
readList  :: ReadS [a]
```

```
-- Minimal complete definition: readsPrec
readList = ...
```

### read :: Read a => String -> a

```
read s = case [x | (x,t) <- reads s, ("","") <- lex t] of
  [x] -> x
  []  -> error "Prelude.read: no parse"
  _   -> error "Prelude.read: ambiguous parse"
```

```
type ReadS a = String -> [(a,String)]
```

```
reads :: Read a => ReadS a
reads = readsPrec 0
```

`lex` é um *analisador léxico* definido no `Prelude`.

121

## Declaração de tipos polimórficos com restrições nos parâmetros

Na declaração de um tipo algébrico pode-se exigir que os parâmetros pertençam a determinadas classes.

### Exemplo:

```
data (Ord a) => STree a = Null
                | Branch a (STree a) (STree a)
```

```
delSTree x Null = Null
delSTree x (Branch y e Null) | x == y = e
delSTree x (Branch y Null d) | x == y = d
delSTree x (Branch y e d)
  | x < y = Branch y (delSTree x e) d
  | x > y = Branch y e (delSTree x d)
  | x == y = let z = minSTree d
              in Branch z e (delSTree z d)
```

```
minSTree (Branch x Null _) = v
minSTree (Branch _ e _)   = minSTree e
```

Na declaração de tipos sinónimos também se podem impôr restrições de classes.

### Exemplo:

```
type TAssoc a b = (Eq a) => [(a,b)]
```

123

Podemos definir instâncias da classe `Read` que permitam fazer o *parser* do texto de acordo com uma determinada sintaxe. (*Mas isso não é tópico de estudo nesta disciplina.*)

Instâncias da classe `Read` podem ser derivadas automaticamente. Neste caso, a função `read` recebendo uma string que obedeça às regras sintáticas de Haskell produz o valor do tipo correspondente.

### Exemplos:

```
data Time = Am Int Int
           | Pm Int Int
           | Total Int Int
           deriving (Show,Read)
```

```
data Nat = Zero | Suc Nat
         deriving Read
```

```
> read "Am 8 30" :: Time
Am 8 30
```

```
> read "(Total 17 15)" :: Time
Total 17 15
```

```
> read "Suc (Suc Zero)" :: Nat
2
```

```
> read "[2,3,6,7]" :: [Int]
[2,3,6,7]
```

```
> read "[Zero, Suc Zero]" :: [Nat]
[0,1]
```

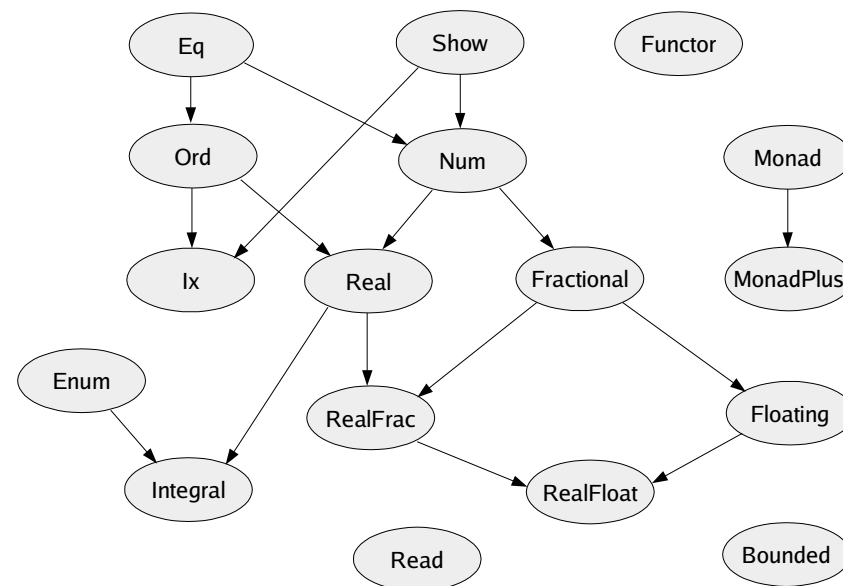
É necessário indicar o tipo do valor a produzir.

Quase todos os tipos pré-definidos pertencem à classe `Read`.

Porquê ?

122

## Hierarquia de classes pré-definidas do Haskell



```
Prelude> :i Nome_da_Classe
```

124

## Classes de Construtores de Tipos

Relembre os tipos paramétricos (`Maybe a`), `[a]`, `(ArvBin a)`, `(Tree a)` ou `(ABin a b)`. `Maybe`, `[ ]`, `ArvBin`, `Tree` e `ABin`, não são tipos, mas podem ser vistos como operadores sobre tipos – são construtores de tipos.

**Exemplo:** `Maybe` não é um tipo, mas `(Maybe Int)` é um tipo que resulta de aplicar o construtor de tipos `Maybe` ao tipo `Int`.

Em Haskell é possível definir classes de construtores de tipos. Um exemplo disso é a classe `Functor`:

```
class Functor f where
  fmap :: (a -> b) -> (f a -> f b)
```

Note que `f` não é um tipo.  
`f a` e `f b` é que são tipos.

**Exemplos:**

```
instance Functor [] where
  fmap = map
```

```
instance Functor Maybe where
  fmap f Nothing = Nothing
  fmap f (Just x) = Just (f x)
```

Note que o que se está a declarar como instância da classe `Functor` são construtores de tipos.

```
instance Functor ArvBin where
  fmap = mapAB
```

125

A relação de *inclusão de conjuntos* é um bom exemplo de uma relação de ordem parcial.

**Exemplo:** A noção de conjunto pode ser implementada pelo tipo

```
data (Eq a) => Conj a = C [a] deriving Show
```

É necessário que se consiga fazer o teste de pertença.

```
instance (Eq a) => OrdParcial (Conj a) where
  comp (C u) (C v) = let p1 = u `contido` v
                    p2 = v `contido` u
                    in if p1 && p2 then Just EQ else
                       if p1      then Just LT else
                       if p2      then Just GT
                       else Nothing

  where
    contido :: (Eq a) => [a] -> [a] -> Bool
    contido xs ys = all (\x-> elem x ys) xs
```

```
> (C [2,1]) `gt` (C [7,1,5,2])
Just False
> (C [2,1,3]) `lt` (C [7,1,5])
Nothing
```

```
> (C [2,1,2,1]) `lt` (C [7,1,5,5,2])
Just True
> (C [3,3,5,1]) `eq` (C [5,1,5,3,1])
Just True
```

127

## Definição de novas classes

Para além da hierarquia de classes pré-definidas, o Haskell permite definir novas classes.

**Exemplo:** Podemos definir a classe das *ordens parciais* da seguinte forma

```
class (Eq a) => OrdParcial a where
  comp :: a -> a -> Maybe Ordering    -- basta definir comp

  lt, gt, eq :: a -> a -> Maybe Bool
  lt x y = case (comp x y)
    of { Nothing -> Nothing ; (Just LT) -> Just True ; _ -> Just False }
  gt x y = case (comp x y)
    of { Nothing -> Nothing ; (Just GT) -> Just True ; _ -> Just False }
  eq x y = case (comp x y)
    of { Nothing -> Nothing ; (Just EQ) -> Just True ; _ -> Just False }

  maxi, mini :: a -> a -> Maybe a
  maxi x y = case (comp x y) of
    Nothing -> Nothing
    Just GT -> Just y
    _       -> Just x
  mini x y = case (comp x y) of
    Nothing -> Nothing
    Just LT -> Just x
    _       -> Just y
```

**Nota:** Repare nos diversos modos de escrever expressões `case`.

126

A noção de *função finita* estabelece um conjunto de associações entre *chaves* e *valores*, para um conjunto finito de chaves.

**Exemplo:** Podemos agrupar numa classe de construtores de tipos as operações que devem estar definidas sobre funções finitas.

```
class FFinita ff where
  val :: (Eq a) => a -> (ff a b) -> Maybe b
  acr :: (Eq a) => (a,b) -> (ff a b) -> (ff a b)
  def :: (Eq a) => a -> (ff a b) -> Bool
  dom :: (Eq a) => (ff a b) -> [a]

  def x t = case (val x t) of
    Nothing -> False
    (Just _) -> True
```

**Exemplo:** Tabelas implementando listas de associações (chave,valor) podem ser declaradas como instância da classe `FFinita`.

```
data (Eq a) => Tab a b = Tab [(a,b)]
  deriving Show
```

É possível usar o mesmo nome para o construtor de tipo e para o construtor de valores.

128

```
instance FFinite Tab where
  val x (Tab [])           = Nothing
  val x (Tab ((c,v):xs)) = if x==c then Just v
                           else val x (Tab xs)

  acr (x,y) (Tab [])      = Tab [(x,y)]
  acr (x,y) (Tab ((c,v):t)) = if x==c
                              then Tab ((x,y):t)
                              else let (Tab w) = acr (x,y) (Tab t)
                                   in Tab ((c,v):w)

  dom (Tab t) = map fst t
```

### Exercício:

- Defina um tipo de dados polimórfico que implemente listas de associações em árvores binárias e que possa ser instância da classe FFinite.
- Declare o construtor do tipo que acabou de definir como instância da classe FFinite.

129

## A classe Monad

```
class Monad m where
  return :: a -> m a
  (>>=)  :: m a -> (a -> m b) -> m b    -- “bind”
  (>>)   :: m a -> m b -> m b           -- “sequence”
  fail   :: String -> m a

  -- Minimal complete definition: (>>=), return
  p >> q = p >>= \ _ -> q
  fail s = error s
```

- O termo (**return x**) corresponde a uma computação nula que retorna o valor *x*. **return** faz a transição do mundo dos valores para o mundo das computações.
- O operador (**>>=**) corresponde de alguma forma à composição de computações.
- O operador (**>>**) corresponde a uma composição de computações em que o valor devolvido pela primeira computação é ignorado.

**t :: m a** significa que **t** é uma computação que retorna um valor do tipo **a**.  
Ou seja, **t** é um valor do tipo **a** com um efeito adicional captado por **m**.

Este efeito pode ser: uma acção de *input/output*, o tratamento de excepções, uma acção sobre o estado, etc.

131

## Mónades

Na programação funcional, conceito de **mónade** é usado para sintetizar a ideia de computação.

Uma computação é vista como algo que se passa dentro de uma **“caixa negra”** e da qual conseguimos apenas ver os resultados.

Em Haskell, o conceito de mónade está definido como uma classe de construtores de tipos.

```
class Monad m where
  return :: a -> m a
  (>>=)  :: m a -> (a -> m b) -> m b    -- “bind”
  (>>)   :: m a -> m b -> m b           -- “sequence”
  fail   :: String -> m a

  -- Minimal complete definition: (>>=), return
  p >> q = p >>= \ _ -> q
  fail s = error s
```

- O termo (**return x**) corresponde a uma computação nula que retorna o valor *x*.
- O operador (**>>=**) corresponde de alguma forma à composição de computações.

130

## Input / Output

Como conciliar o princípio de “computação por cálculo” com o input/output?  
Que tipos poderão ter as funções de input/output?

Será que funções para ler um carácter do teclado, ou escrever um carácter no ecrã, podem ter os seguintes tipos?

**lerChar :: Char**

É uma constante?

**escreveChar :: Char -> ()**

Como diferenciar da função **f \_ = ()**?

Em Haskell, existe pré-definido o **construtor de tipos IO**, e é uma instância da classe Monad.

Os tipos acima sugeridos estão errados. Essas funções estão pré-definidas e têm os seguintes tipos:

**getChar :: IO Char**

**getChar** é uma valor do tipo Char que pode resultar de alguma acção de input/output.

**putChar :: Char -> IO ()**

**putChar** é uma função que recebe um carácter e executa alguma acção de input/output, devolvendo **()**.

132