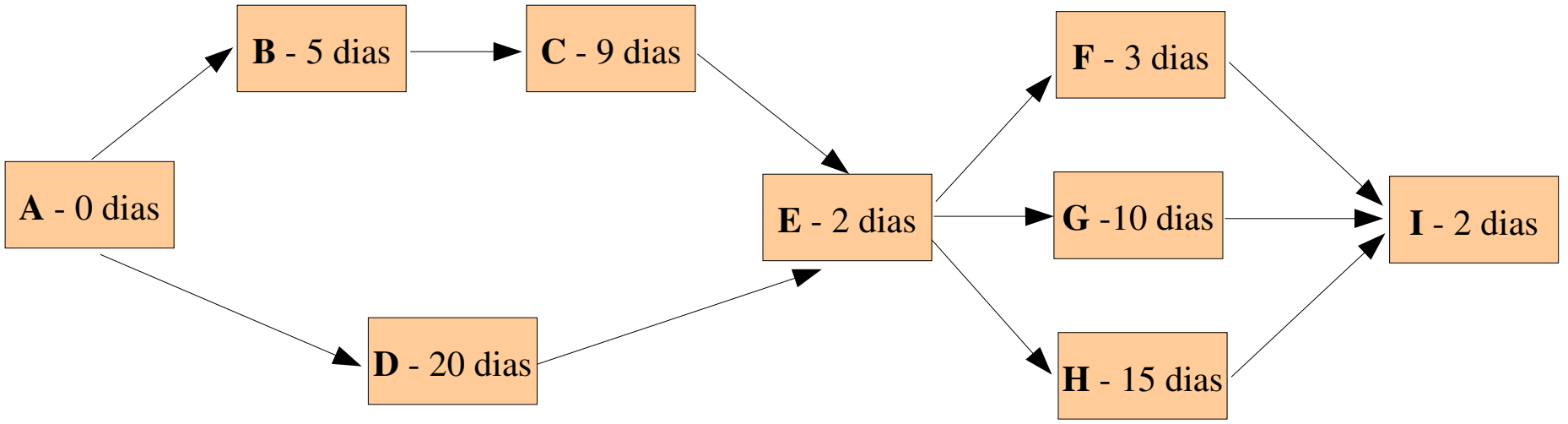
PERT Charts, para gestão de projectos

Projectos complexos são compostos por uma serie de tarefas, algumas das quais têm que ser executadas sequêncialmente, enquanto outras podem ser excutadas em paralelo com outras tarefas.

Tais projectos podem ser modelados num *grafo orientado e acíclico* em que as tarefas são representadas pelos vértices, enquanto os arcos representam relações de precedência entre as tarefas.
Cada tarefa tem associada uma duração (tempo de execução da tarefa).

Estes grafos chamam-se **PERT charts** *(Project Evaluation and Review Technique)*.



Uma possível ordem de execução de tarefas pode ser determinada fazendo uma *ordenação topológica*.

Ordenação Topológica

Seja G um *grafo orientado* e *acíclico* (sem ciclos).

Uma ***ordenação topológica*** de G é uma sequência de vertices que obedece à relação de dependência establecida pelo grafo. Isto é, para todos os vértices v, w de G, se existe um arco de v para w, então na sequência, v tem surgir antes de w.

- Um algoritmo simples para fazer a ordenação topológica de um grafo:

1. Calcular o **grau de entrada** de cada vértice, **in[]**
2. **Enquanto** há vértices
   "retirar" o vértice v, tal que in[v] == 0
   para todo o sucessor w do vértice v, decrementar in[w]

- Um outro modo de fazer a ordenação topológica de um grafo é adaptar o algoritmo de travessia *depth-first*, colocando na sequência (que se constroi do fim para o princípio, neste caso) o vértice se ele não tiver sucessores não visitados.

PERT / Critical Path Method

O conceito de *caminho crítico* (*critical path*) é importante para a gestão do projecto.

Critical Path é a sequência das tarefas (vértices) com a seguinte caracteristica: se o tempo de execução da tarefa se prolongar, todo o projecto se atrasa.
As tarefas fora do *Critical Path* têm alguma folga de tempo, mas se excederem essa folga o projecto também se atrasa.

Para **calcular o Critical Path e as "folgas" das diferentes tarefas**, precisamos de calcular, para cada vértice v:

EFT[v] – Earliest Finish Time para o vértice v

LFT[v] – Latest Finish Time para o vértice v

LST[v] – Latest Start Time para o vértice v

EST[v] – Earliest Start Time para o vértice v

Vamos assumir que o "relógio" começa em 0 (*project starting time*), e que uma tarefa só pode começar depois que todas as tarefas que a precedem estejam completas.

Segue-se o algoritmo no próximo slide:

1. Calcular o **grau de entrada** **in[]**, e os **predecessores** de cada vértice **pred[]**.

2. Fazer uma **ordenação topológica** do grafo, **ordtop[]**.

3. Calcular os "**Earliest Start/Finish Times**", fazendo os seguintes cálculos para cada vértice v seguindo a ordem da ordenação topológica:

Se a tarefa v não tem predecessores
então EST[v] = 0
EFT[v] = duração da tarefa v
senão EST[v] = máximo EFT[w] de todos os predecessores w de v
EFT[v] = EST[v] + duração da tarefa v

4. Calcular o "**Project Finish Time**". PFT = máximo EFT[v] de todos os vértices v

5. Calcular os "**Latest Start/Finish Times**", fazendo os seguintes cálculos para cada vértice v seguindo a ordem inversa da ordenação topológica:

Se a tarefa v não tem sucessores
então LFT[v] = PFT
LST[v] = LFT[v] - duração da tarefa v
senão LFT[v] = minimo LST[w] de todos os sucessores w de v
LST[v] = LFT[v] - duração da tarefa v

Depois destes cálculos podemos afirmar que:

- A *folga de tempo* de cada tarefa v é igual a LST[v] - EST[v]
- As tarefas com folga igual a zero estão no *Critical Path*.
- O tempo total de projecto pode ser calculado somando os tempos das tarefas do Critical Path.
- Para que o projecto termine no tempo previsto, as tarefas têm que arrancar um tempo entre EST[v] e LST[v].

Notas:

Os grafos de tarefas que estivemos a analisar dizem-se de *"actividades nos nodos",* pois as tarefas estão representadas nos vértices do grafo, e a sua precedencia por arcos.

No entanto, o mesmo problema de *PERT charts* pode ser modelado por grafos em que os vértices representam marcos no tempo, e os arcos representam as tarefas. Estes grafos de tarefas dizem-se de *"actividades nos arcos".*