



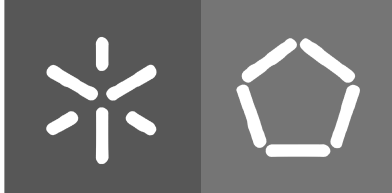
Universidade do Minho

Escola de Engenharia

Pedro Miguel da Silva Santos

**Holografia Gerada por Computador
e Reconstrução do Sinal Original:
um estudo exploratório.**

Janeiro de 2012



Universidade do Minho

Escola de Engenharia

Pedro Miguel da Silva Santos

**Holografia Gerada por Computador
e Reconstrução do Sinal Original:
um estudo exploratório.**

Dissertação de Mestrado
Mestrado em Informática

Trabalho efectuado sob a orientação de
Doutor Luís Paulo Peixoto dos Santos

Janeiro de 2012

Agradecimentos

Agradeço a todos aqueles que me ajudaram, directa ou indirectamente, durante o longo caminho desta dissertação.

Em especial ao meu orientador, professor Doutor Luís Paulo Peixoto dos Santos que propôs este tema, deu-me sempre boas ideias e todo o apoio. Também em especial ao professor Petr Lobaz da Universidade West Bohemia da República Checa pela ajuda que deu na recta final.

A todos os amigos e colegas, pelo apoio e compreensão da minha ausência em certos momentos. Destaco três amigos em especial: Joana Esteves e a Joana Faria por estarem sempre presentes nos maus e bons momentos, pelo constante apoio e incentivo; ao Marco Vale pela ajuda e apoio que me foi transmitindo ao longo da dissertação.

E por último, mas não menos importante, à minha família.

Abstract

Over the last decades, the interest on three-dimensional visualization has increased, and has even reached the mass market. Current technologies enable the perception of a wide range of depth cues but not all, limiting the performance of the human visual system and often resulting in a feeling of discomfort. Holography, although still technologically limited to enter in the mass market, is positioned as the ideal solution that will allow the awareness of all visual depth cues.

This dissertation is the first step to identifying and developing a simple pipeline of digital hologram generation and its reconstruction, as well as identifying the main current approaches to this problem. The aim is to collect and systematize the essential knowledge related to optical holography, and especially computer-generated holography, as well as to establish and develop a pipeline that allows the synthesis of digital holograms of scenes and the reconstruction of images from these holograms for validation purposes.

Keywords: holography, digital holography, computer generated holography, image reconstruction.

Resumo

A visualização de conteúdos tridimensionais tem despertado um interesse crescente ao longo da última década, tendo mesmo atingido o mercado doméstico. As tecnologias utilizadas possibilitam a percepção de um leque alargado de pistas de profundidade mas não a totalidade, limitando o desempenho do Sistema Visual Humano e resultando frequentemente numa sensação de mal-estar. A holografia, apesar de ainda limitada tecnologicamente para permitir alcançar o mercado de consumo, posiciona-se como a solução ideal que permitirá a percepção de todas as pistas visuais de profundidade.

Esta dissertação constitui-se como um primeiro passo no sentido de identificar e desenvolver um pipeline básico de criação de hologramas digitais e a sua reconstrução, bem como de identificar as principais abordagens actuais a este problema. O objectivo consiste em recolher e sistematizar os conhecimentos essenciais relacionados com a área da holografia óptica e, essencialmente, com a holografia gerada por computador, bem como em estabelecer e desenvolver um *pipeline* que permita a síntese digital de hologramas de cenas virtuais e a reconstrução de imagens a partir destes hologramas para fins de validação.

Palavras-chave: holografia, holografia digital, holografia gerada por computador

Índice

1	Introdução	1
2	Fundamentos teóricos	5
2.1	Luz	6
2.2	Pistas de profundidade do Sistema Visual Humano	22
2.3	Tecnologias Tridimensionais de Visualização	24
2.4	Holografia Óptica	39
3	Holografia gerada por computador	43
3.1	Paralaxe vertical e paralaxe horizontal	45
3.2	Gerar um holograma	46
3.3	Reconstrução da imagem do holograma	53
4	Pipeline	59
4.1	Construção do Estereograma Holográfico	60
4.2	Reconstrução do sinal original	67
4.3	Resultados	70
5	Conclusão e Trabalho Futuro	73
6	Referências	75

Índice de figuras

2.1	Espectro electromagnético	7
2.2	Onda sinusoidal e suas propriedades fundamentais	8
2.3	Onda electromagnética	9
2.4	Soma de dois vectores.	12
2.5	Diferenças entre três tipos de fontes de luz. a) Luz solar - Composta por diversas ondas, com diversos comprimentos de onda e fases. b) Luz monocromática - Composta por ondas com o mesmo comprimento de onda, mas com fases diferentes. c) luz de um laser - Apresenta várias ondas, com o mesmo comprimento de onda e a mesma fase. As ondas formam uma única onda por estarem sobrepostas.	14
2.6	Interferência entre duas ondas de água [SinisterWolf89].	15
2.7	Interferência. a) Em fase b) Desfasadas.	16
2.8	Experiência de Thomas Young.	17
2.9	Intensidade dos campos electromagnéticos sobrepostos em função da diferença de fase. O eixo horizontal representa o co-seno da diferença de fases presente na equação 2.18 e o eixo vertical a intensidade resultante.	20
2.10	Difracção de uma luz coerente.	21
2.11	Sistema de visualização tridimensional com tecnologia de polarização das imagens.	26
2.12	Sistema de visualização tridimensional com tecnologia de filtro de espectro.	27
2.13	Funcionamento das bareiras de paralaxe.	31
2.14	Divisão dos pixels.	31
2.15	Refracção da luz emitida pelos sub-pixeis.	32

2.16 Dispositivo volumétrico de varrimento desenvolvido pela Actuality Systems, Inc. (Imagem retirada de [Favalora, 2005])	33
2.17 Ecrã volumétrico desenvolvido pela LightSpace Technologies Inc. (Imagem retirada de [Sullivan, 2005])	34
2.18 Protótipo de uma tecnologia volumétrica capaz de gerar pontos de luz no ar. (Imagem retirada de [Kimura et al., 2006])	35
2.19 Sistema necessário para criar um holograma.	36
2.20 Sistema necessário para reconstruir a onda do objecto.	37
3.1 Captura da interferência de uma fatia do objecto e a posição correcta para observar a difracção de um <i>hololine</i>	47
3.2 Tamanho dos componentes de um estereograma holográfico.	51
3.3 Tamanho de uma <i>basis fringe hogel</i>	51
3.4 Processo de reconstrução da imagem de um holograma	53
3.5 Simulação da propagação da luz	54
3.6 Incremento do plano inicial para ficar com o mesmo tamanho do plano do kernel	56
3.7 Influência de uma lente.	57
4.1 Configuração para o processo de captura das imagens para um holograma estereográfico.	61
4.2 Modelo da cena tridimensional.	61
4.3 Sintetização das imagens com o motor gráfico Ogre. A pirâmide azul é o volume de visualização da câmara.	62
4.4 Três das imagens sintetizadas.	62
4.5 Espectro de uma basis fringe.	64
4.6 Processo de iteração do método iterative constraints.	65
4.7 Simulação da iluminação de uma basis fringe. Um ponto de luz é difractado formando as duas primeiras ordens de difracção.	66
4.8 Esquema do processo de simulação da reconstrução de um holograma. . . .	67
4.9 Imagem de um kernel e a repetição de pontos nos seus quatro quadrantes. .	68
4.10 Reconstrução obtida com o algoritmo de simulação da iluminação de um holograma. A imagem da esquerda é a imagem contida no holograma e a imagem da direita é a imagem obtida no final do processo de reconstrução.	70
4.11 Resultados da difracção da luz nas basis fringes.	71

Capítulo 1

Introdução

A sociedade humana sempre valorizou muito o sentido da visão, sendo actualmente um dos sentidos mais estimulados. O ser humano tem desenvolvido ao longo das últimas décadas inúmeras tecnologias de visualização de imagens e vídeo, revelando assim o grande interesse que o homem tem em conseguir captar (ou mesmo criar) e exibir este tipo de conteúdos.

Desde os primórdios da fotografia, onde estas eram a preto e branco, com pouca definição, até às últimas fotografias digitais cheias de resolução e cor, o homem percorreu um grande caminho, no intuito de conseguir captar e gravar o maior número de informação possível daquele instante. O vídeo seguiu um caminho muito idêntico ao da fotografia, mas em vez de captar meramente um instante, capta um período de tempo.

Hoje em dia, tanto a fotografia como o vídeo são uma parte indispensável da sociedade. No entanto, ainda existe espaço para estas tecnologias evoluírem e apresentarem informação que actualmente não exibem. Uma das mais recentes evoluções do vídeo foi a alta definição, mas independentemente da resolução e fluidez do vídeo não é ainda possível tirar total partido do sistema visual humano. O standard de duas dimensões começa a criar insatisfação em certas áreas da sociedade por omitir informações importantes que estão presentes no mundo físico.

Ultimamente tem-se assistido a uma procura cada vez maior de tecnologias que permitam apresentar conteúdos em três dimensões, que por sua vez motiva a indústria e a academia a desenvolver novas soluções. Actualmente, existem soluções tecnológicas que conseguem

satisfazer esta necessidade e as de um futuro próximo, contudo todas têm limitações. Das tecnologias que apresentam conteúdo tridimensional, a que mais se destaca é sem dúvida a holografia, porque é a única que teoricamente consegue recriar uma imagem que o sistema visual humano não diferencia da realidade. Um sistema holográfico seria capaz de reproduzir fielmente uma cena tridimensional sem a necessidade do utilizador e/ou utilizadores usarem algum tipo de dispositivo ocular e sem se aperceberem que não se trata de uma cena física. Além de que disponibilizaria diversos pontos de vista, isto é, se um utilizador se mover vai ter uma perspectiva diferente da cena que observa e não está restringido a um único utilizador, sendo possível diversos utilizadores observarem o mesmo conteúdo simultaneamente em pontos de vista diferentes.

A holografia apresenta-se cada vez mais como a tecnologia tridimensional por excelência. Tendo características únicas e a vantagem de conseguir transmitir todas as informações tridimensionais que os nossos olhos captam. Contudo, mesmo sendo uma tecnologia muito promissora, ainda tem algumas barreiras a ultrapassar. Mesmo que existam algumas ramificações desta tecnologia actualmente no mercado, tais como selos holográficos e medidores de ressonância holográficos, o grande objectivo de conseguir criar e visualizar um vídeo holográfico a cores, fluído e com uma resolução aceitável, ainda está um pouco distante.

A produção de conteúdos holográficos poderá passar pela captura de informação do mundo real usando equipamento específico, ou pela síntese destes conteúdos usando computadores, área genericamente designada por Holografia Gerada por Computador (HGC).

A HGC é uma área de investigação relativamente recente que atravessa ainda uma fase inicial de identificação e desenvolvimento de algoritmos e metodologias fundamentais para a síntese de informação sobre a distribuição do campo de luz (*True 3D rendering*), sua codificação sob a forma de hologramas e reconstrução digital das imagens originais (isto é, visualização das imagens codificadas no holograma usando processamento digital e dispositivos de visualização não-holográficos). Existe portanto potencial para contribuições significativas na área da HGC.

O grupo de Computação Gráfica do Departamento de Informática da Universidade do Minho decidiu recentemente alargar a sua área de investigação da síntese de imagens para a Holografia Gerada por Computador. Esta dissertação constitui-se como um primeiro passo no sentido de identificar e desenvolver um *pipeline* básico de criação de hologramas e a sua reconstrução, bem como de identificar as principais abordagens actuais a este problema e respectivas limitações. A holografia tem uma forte componente de física óptica,

recorrendo ao comportamento ondulatório da luz para descrever e modelar os fenómenos relevantes (ex., interferência e difracção); estes modelos, pouco familiares e intuitivos para profissionais da área da informática e da computação gráfica (que recorre essencialmente ao modelo geométrico da luz), levantam dificuldades iniciais acrescidas para compreender o seu funcionamento.

Capítulo 2

Fundamentos teóricos

O mundo acadêmico e a indústria sempre tentaram alcançar formas de disponibilizar conteúdos que tirassem partido da capacidade de observação tridimensional do ser humano. Várias tecnologias foram apresentadas ao longo dos anos que permitem ao observador ter uma noção de profundidade. Porém, o sistema visual humano não é facilmente enganado, o que leva certas tecnologias a apresentarem noções de profundidade pouco naturais. Para compreender porque a holografia é a técnica por excelência na apresentação de conteúdos tridimensionais, é preciso perceber como o sistema visual humano capta a profundidade de uma cena. O sistema visual humano é estimulado através de um fenômeno físico para criar as imagens, a luz. É na luz que se encontram todas as informações que obtemos através do sentido da visão, informações como profundidade, cor, rugosidade, etc. Este capítulo aborda quatro grandes áreas:

- Luz.
- Pistas de profundidade do Sistema Visual Humano.
- Tecnologias de visualização tridimensional.
- Holografia Óptica.

Os três primeiros temas são importantes para compreender as bases da holografia. O quarto descreve como a holografia funciona, como se cria um holograma e como se o reconstrói a imagem do holograma.

2.1 Luz

No século XVIII, Samuel Johnson proferiu uma frase que exprime bem a dificuldade de dizer, de uma forma simples, o que é a luz: “Todos nós sabemos o que é a luz, porém não é fácil dizer o que é” [Falk et al., 1986]. A verdade é que a luz é algo com uma definição complexa, mas que faz parte das nossas vidas desde que abrimos os olhos pela primeira vez.

Ao longo dos tempos, a luz atraiu a curiosidade de muitos estudiosos que tentaram explicar o que é a luz e como se comporta [Bernardo, 2005]. No século VI a.C., o filósofo e matemático grego Pitágoras defendia que a luz era composta por raios que saíam dos olhos e conseqüentemente acabavam por colidir com objectos que estavam ao nosso redor. Portanto, a noção de visão era constituída pelas colisões destes raios com os objectos. Mais tarde, Epicuro no século III a.C. tinha uma ideia contrária, a luz tinha um percurso inverso. Em vez de os raios serem emitidos pelos olhos, eram emitidos pelos objectos. Desta forma, a luz tinha uma origem exterior ao olho humano e eventualmente acabaria por colidir com o olho, dando origem à visão. A teoria de Epicuro só teve uma grande aceitação no século X d.C., quando o matemático e físico árabe Alhazen apresentou argumentos racionais, apoiados nas suas experiências e observações. Alhazen também foi um grande crítico à ciência feita com bases filosóficas.

Outras teorias foram surgindo ao longo dos anos seguintes, todavia, só no século XVII começam a surgir teorias com bases científicas mais sólidas. O século XVII marca o início de uma revolução no estudo da luz e o desenvolvimento de novas tecnologias ópticas. Isaac Newton alega que a luz é composta por partículas ou corpúsculos. Desta forma, a luz era emanada de uma fonte de luminosa e era composta por pequenos corpos, que eventualmente acabavam por embater no olho. Nesse mesmo século, o matemático e físico Christiaan Huygens rejeita a teoria de partículas de Newton. No seu livro “Tratado da Luz” publicado em 1690, Huygens escreveu que a luz só poderia se deslocar tão rapidamente se fosse constituída por ondas. Desta forma a luz apresentava um comportamento ondulatório e não um comportamento corpuscular. Mas, durante o século XVII e XVIII, a teoria corpuscular prevalece como a mais amplamente aceite.

No início do século XIX, Thomas Young e Augustin Fresnel desenvolveram as ideias de Huygens. Young elaborou uma experiência que demonstrava que a luz tem um comportamento ondulatório, contrariando assim a teoria corpuscular de Newton. A prova surge quando a

luz sofre do fenómeno de interferência, que é uma característica das ondas electromagnéticas. Desde então, até ao final do século XIX, a teoria ondulatória passa a ser a que melhor explica o comportamento da luz.

No final do século XIX, a teoria ondulatória começa a ser posta em causa, por não conseguir explicar todos os fenómenos da luz. A teoria corpuscular de Newton regressa reformulada pelo físico Albert Einstein, que defende que a luz se comporta de uma forma ondulatória mas também corpuscular. Desta forma, a luz é constituída por corpúsculos (fotões) e por ondas, sendo aplicado o comportamento que melhor se adapta ao problema. A forma de descrever a luz como um fenómeno com uma dualidade onda-partícula é hoje amplamente aceite.

Foram necessários vários séculos para compreender o que é a luz e como se comporta. Hoje sabemos que a luz é uma forma de energia, que nos chega em forma de ondas electromagnéticas e que faz parte do espectro electromagnético. O olho humano só é sensível a um determinado intervalo desse espectro, de onde fazem parte outras formas de energia, como: ondas de rádio, ondas de raios X ou ondas de radiação Gama. Na figura 2.1 está ilustrado o espectro electromagnético.

Espectro electromagnético

	Frequência	Comprimento de onda
Rádio	1kHz - 300MHz	300Km - 1m
Micro-ondas	300MHz - 300GHz	1m - 1mm
Infravermelhos	300GHz - 400THz	1mm - 700nm
Luz Visível	400THz - 750THz	700nm - 400nm
Ultravioleta	750THz - 300PHz	400nm - 1nm
Raios-X	300PHz - 60EHZ	1nm - 5pm
Raios Gama	60EHZ - 300ZHz	5pm - 1am

Figura 2.1: Espectro electromagnético

Onda electromagnética

Uma onda electromagnética é uma corrente energética oscilante que se propaga no espaço ou num meio. Os fenómenos de propagação de uma onda electromagnética, através do espaço ou meio, ao longo do tempo são descritos num modelo ondulatório, em que se propaga de uma forma similar ao comportamento da água, quando uma pedra a atinge quando está em repouso. Este comportamento permite uma esquematização através de uma onda sinusoidal. As ondas produzidas são concêntricas e ao longo do tempo mantêm a mesma distância umas das outras.

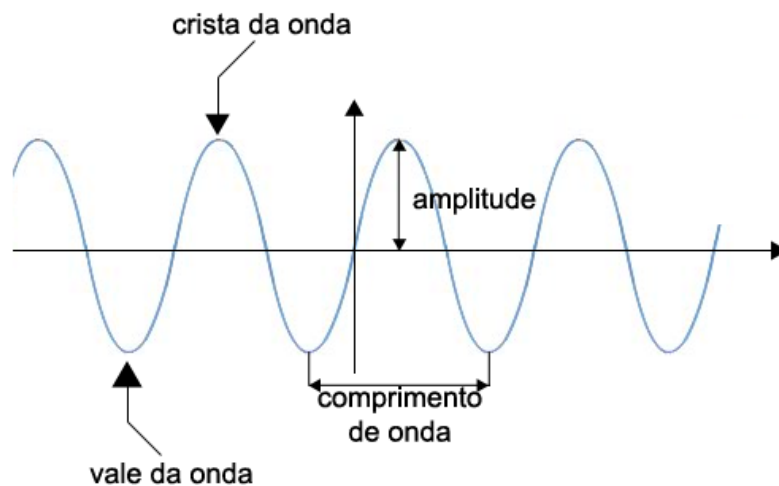


Figura 2.2: Onda sinusoidal e suas propriedades fundamentais

Na figura 2.2 estão descritas um conjunto de métricas que descrevem a onda. A distância entre um ponto numa onda e o mesmo ponto na outra onda fornece o “comprimento de onda” e corresponde a um ciclo de oscilação completo. O comprimento de onda da luz manifesta-se no sistema visual humano unicamente através da cor que observamos. Cada cor está associada a um único comprimento de onda ou a um conjunto de comprimentos de onda. A frequência de uma onda é a relação entre o número de oscilações e o tempo, isto é, se num intervalo de um segundo ocorrem três oscilações completas, a frequência dessa onda é três oscilações por segundo, ou três hertz (3Hz). A amplitude de uma onda é a distância da crista da onda ou do vale da onda ao eixo que divide a metade superior da onda da metade inferior da onda. No exemplo da pedra e do lago, a amplitude é a distância do eixo vertical de uma crista da onda até à superfície do lago que está em repouso. Assim,

é possível ter amplitudes com valores positivos e amplitudes com valores negativos. A amplitude manifesta-se no sistema visual humano através do brilho (intensidade) da luz que observamos. Um ponto luminoso será mais intenso, quando maior for o quadrado da amplitude ($Intensidade = Amplitude^2$).

Conceitos matemáticos

Uma onda electromagnética é facilmente descrita, em termos matemáticos, por causa do seu carácter oscilatório. A figura 2.3 representa uma onda electromagnética que se propaga ao longo do tempo pelo eixo Z a uma velocidade constante c (que no vácuo corresponde à velocidade da luz, i.e. $c \approx 3 \times 10^8 m.s$).

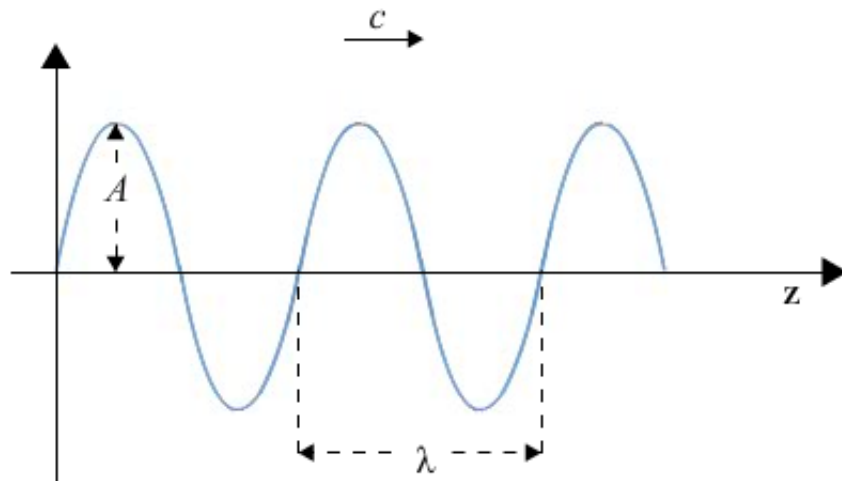


Figura 2.3: Onda electromagnética

A descrição matemática da onda da imagem 2.3 é dada pela seguinte equação:

$$\begin{aligned} E(t) &= A \cos(2\pi ft + \varphi) \\ &= A \cos(\omega t + \varphi) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Em que t é o tempo, A é amplitude da onda, φ é a fase da onda, f a frequência da onda e por último ω é frequência angular, que é dada pela expressao:

$$\omega = 2\pi f \quad (2.2)$$

A onda electromagnética propaga-se pelo eixo Z a uma velocidade constante c . Como a velocidade é igual à distância sobre o tempo ($velocidade = \frac{distância}{tempo}$), permite-nos calcular o tempo que uma onda, a uma velocidade c , demora a percorrer a distância do comprimento de onda (λ). Este tempo denomina-se período e é dado por:

$$\tau = \frac{\lambda}{c} \quad (2.3)$$

A frequência (f) de uma onda é o número de oscilações que faz por segundo. Se o tempo que demora a fazer uma oscilação é dado por τ , então f é:

$$f = \frac{1}{\tau} \quad (2.4)$$

Um ponto da onda, a uma distância z do ponto inicial da onda electromagnética tem um desfasamento proporcional ao tempo. Tendo em consideração este desfasamento, a equação apresenta a seguinte forma:

$$E(t) = A \cos(\omega(t - t_0) + \varphi) \quad (2.5)$$

Onde t_0 é calculado através da distância percorrida z sobre a velocidade c .

$$t_0 = \frac{z}{c} \quad (2.6)$$

Ao aplicar as equações 2.2, 2.3, 2.4 e 2.6 na equação 2.5, obtemos a seguinte relação:

$$\begin{aligned}
 E(t) &= A \cos(w(t - t_0) + \varphi) \\
 E(t, z) &= A \cos(w(t - \frac{z}{c}) + \varphi) \\
 E(t, z) &= A \cos(w(t - \frac{z}{\lambda}) + \varphi) \\
 E(t, z) &= A \cos(w(t - \frac{z\tau}{\lambda}) + \varphi) \\
 E(t, z) &= A \cos(w(t - \frac{z}{\lambda f}) + \varphi) \\
 E(t, z) &= A \cos(w(t - \frac{z}{\lambda}) + \varphi) \\
 E(t, z) &= A \cos(2\pi f(t - \frac{z}{f\lambda}) + \varphi) \\
 E(t, z) &= A \cos(2\pi ft - \frac{2\pi fz}{f\lambda} + \varphi) \\
 E(t, z) &= A \cos(wt - \frac{2\pi z}{\lambda} + \varphi) \\
 E(t, z) &= A \cos(wt - kz + \varphi)
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

A constante k tem o nome de número de onda e é dada pela expressão: $k = 2\pi/\lambda$. Assim como $w = 2\pi f$ permite passar de tempo (*segundos*) para ângulos (*radianos*), o número de onda permite converter distâncias (*metros*) em ângulos.

No estudo de fenômenos repetitivos, como é o caso das ondas, uso de funções trigonométricas leva a cálculos complicados[Kreis, 2005]. É possível contornar essa complexidade através do uso de números complexos, que estão relacionados com as funções trigonométricas [Ackermann and Eichler, 2007].

A fórmula de Euler demonstra a relação entre as funções trigonométricas e a função exponencial complexa.

$$e^{ix} = \cos(x) + i \sin(x) \tag{2.8}$$

É necessário resolver a subtração existente no co-seno da equação 2.7 para que seja

possível aplicar a fórmula de Euler na equação.

$$\begin{aligned}
 E(t, z) &= A \cos(\omega t - kz + \varphi) \\
 &= A \cos(\omega t - (kz - \varphi)) \\
 &= A \cos(kz - \varphi) \cos(\omega t) + A \sin(kz - \varphi) \sin(\omega t) \\
 &= A_1 \cos(\omega t) + A_2 \sin(\omega t)
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

As amplitudes A_1 e A_2 comportam-se como vetores e têm como base a informação sobre a amplitude e a fase, porém têm representações diferentes. A_1 tem informação sobre a parte real e A_2 informação sobre a parte imaginária. Os números complexos resultam da combinação de uma parte real com uma parte imaginária, assim, a soma dos vetores A_1 e A_2 , origina um novo vector A . A figura 2.4 e a equação 2.10 expõem essa soma.

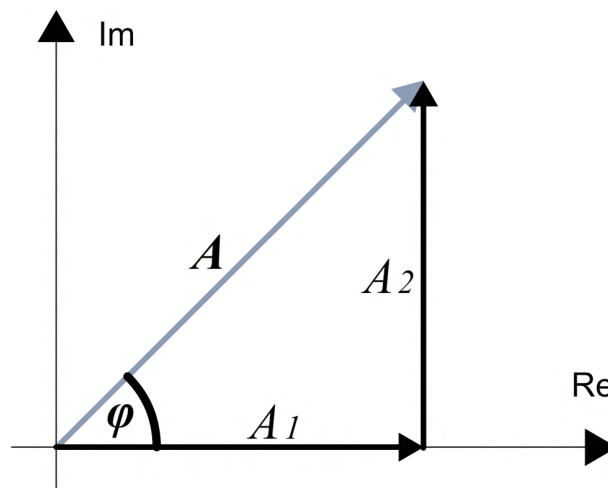


Figura 2.4: Soma de dois vetores.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} &= A_1 + i.A_2 \\
 &= A \cdot \cos(kz - \varphi) + i.A \cdot \sin(kz - \varphi) \\
 &= A \cdot e^{i(kz - \varphi)}
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Na equação 2.9, as funções trigonométricas podem ser escritas como:

$$\cos(\omega t) = \frac{1}{2}(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \tag{2.11}$$

$$\sin(\omega t) = \frac{1}{2i}(e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}) \quad (2.12)$$

Ao substituir as equações 2.11 e 2.12 na equação 2.9 obtem-se a seguinte relação:

$$\begin{aligned} E(t, z) &= A_1 \cos(\omega t) + A_2 \sin(\omega t) \\ &= A_1 \left(\frac{1}{2}(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \right) + A_2 \left(\frac{1}{2i}(e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}) \right) \\ &= \frac{A_1}{2}e^{i\omega t} + \frac{A_1}{2}e^{-i\omega t} + \frac{A_2}{2i}e^{i\omega t} - \frac{A_2}{2i}e^{-i\omega t} \\ &= \frac{A_1}{2}e^{i\omega t} + \frac{A_1}{2}e^{-i\omega t} + \frac{A_2 i}{2i}e^{i\omega t} - \frac{A_2 i}{2i}e^{-i\omega t} \\ &= \frac{A_1}{2}e^{i\omega t} + \frac{A_1}{2}e^{-i\omega t} + \frac{A_2 i}{-2}e^{i\omega t} - \frac{A_2 i}{-2}e^{-i\omega t} \\ &= \frac{A_1}{2}e^{i\omega t} + \frac{A_1}{2}e^{-i\omega t} - \frac{A_2 i}{2}e^{i\omega t} + \frac{A_2 i}{2}e^{-i\omega t} \\ &= \frac{1}{2}(A_1 - A_2 i)e^{i\omega t} + \frac{1}{2}(A_1 + A_2 i)e^{-i\omega t} \\ &= \frac{1}{2}(\mathbf{A}^*)e^{i\omega t} + \frac{1}{2}(\mathbf{A})e^{-i\omega t} \\ &= \frac{1}{2}(\mathbf{A})e^{-i\omega t} + \frac{1}{2}(\mathbf{A})e^{-i\omega t} \\ &= \mathbf{A}e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Ao aplicar a relação da equação 2.10 na equação 2.13:

$$\begin{aligned} E(t, z) &= \mathbf{A}e^{-i\omega t} \\ &= \mathbf{A}e^{i(kz - \varphi)}e^{-i\omega t} \\ &= \mathbf{A}e^{-i(\omega t - kz + \varphi)} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Coerência da luz

A grande maioria das fontes de luz existentes, tais como o sol, lâmpadas fluorescentes ou lâmpadas incandescentes, criam uma luz não coerente. As luzes que observamos proveniente destas fontes são uma mistura de ondas com métricas distintas (comprimentos de onda diferentes, amplitudes diferentes, etc.) e são ondas que se deslocam em várias direcções. Esta mistura de ondas faz com que a fonte de luz seja classificada como incoerente. Existem formas de conseguir que raios de luz provenientes destas fontes de luz atinjam um certo grau de coerência, mas existem limitações [Rüdiger Paschotta, 2009].

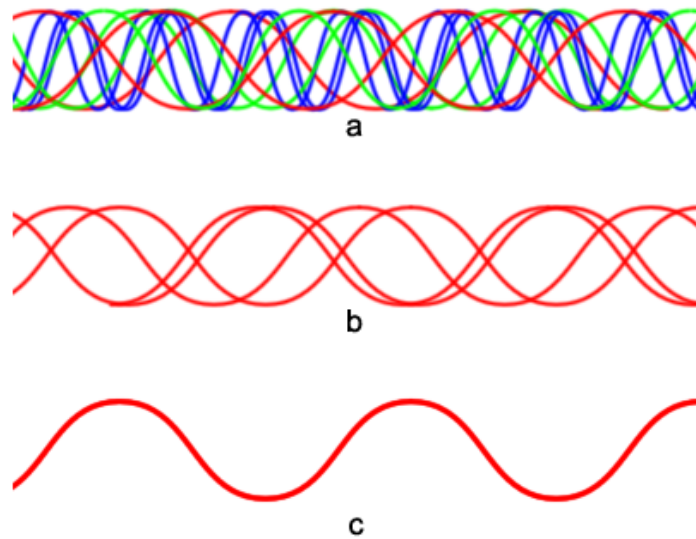


Figura 2.5: Diferenças entre três tipos de fontes de luz.

- a) Luz solar - Composta por diversas ondas, com diversos comprimentos de onda e fases.*
- b) Luz monocromática - Composta por ondas com o mesmo comprimento de onda, mas com fases diferentes.*
- c) luz de um laser - Apresenta várias ondas, com o mesmo comprimento de onda e a mesma fase. As ondas formam uma única onda por estarem sobrepostas.*

Uma luz coerente é uma luz que emite ondas sempre com a mesma amplitude, o mesmo comprimento de onda e todas as ondas que emite estão alinhadas, isto é, em fase. Existe um tipo de fonte luminosa que tem a particularidade de produzir ondas de luz coerentes, os lasers (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*), acrónimo inglês para “Amplificação da Luz através de Emissão Estimulada de Radiação”. A luz proveniente destas fontes tem o mesmo comprimento de onda, a mesma amplitude e saem sempre com a mesma fase. A inexistência de diferenças entre cada métrica das ondas emitidas concede características únicas de monocromaticidade, direccionalidade e brilho à luz de um laser. Na figura 2.5 é apresentado, de forma simples, uma comparação de três tipos de luz.

Interferência

A interferência é um fenômeno físico que ocorre quando no mínimo duas ondas se sobrepõem no mesmo espaço. Esta sobreposição cria oscilações espaciais na intensidade resultante, denominadas franjas de interferência. As franjas de interferência produzem um padrão de interferência único e só pode ser recriado com ondas iguais e na mesma posição.



Figura 2.6: Interferência entre duas ondas de água [SinisterWolf89].

O fenômeno de interferência é visível quando se atiram duas pedras, perto uma da outra, num lago em repouso (figura 2.6). As ondas que cada pedra cria quando toca na água, vão a certa altura encontrar-se e vão interferir uma na outra. Essa interferência faz com a nova amplitude seja resultante da sobreposição das duas amplitudes das ondas num determinado ponto. Sempre que duas ondas têm as cristas alinhadas no mesmo espaço, a onda criada pela junção destas duas ondas terá uma amplitude que será a soma das duas amplitudes das ondas originais. Quando isto acontece, estamos perante uma interferência construtiva. Se as ondas estão desfasadas e a crista de uma onda coincide com o vale da outra, como têm sinais opostos a amplitude da nova onda será inferior ou até mesmo nula. Quando a interferência cria uma amplitude nula, ocorre uma interferência destrutiva. Estes fenômenos são facilmente visíveis na figura 2.7.

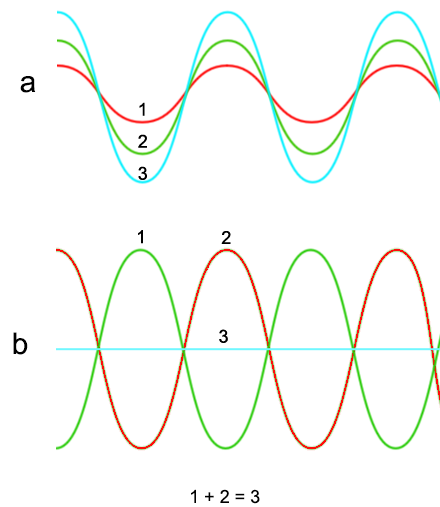


Figura 2.7: Interferência. a) Em fase b) Desfasadas.

Experiência de Young Nos primeiros anos do século XIX, Thomas Young teve um papel importante na aceitação de que a luz tem um comportamento ondulatório. Através de uma experiência, Young demonstra que a luz sofre do fenômeno de interferência. Se todo o tipo de ondas sofre do fenômeno de interferência, então para a luz ser considerada uma onda eletromagnética tinha de sofrer do fenômeno de interferência.

A experiência de Young consiste num sistema de barreiras que faz condicionar a luz que chega a uma tela existente no final do sistema (figura 2.8). Entre a fonte de luz e a tela final, existem duas barreiras e a luz só consegue atravessar as barreiras através de pequenos orifícios. A luz parte da fonte e desloca-se até encontrar a primeira barreira. Grande parte da luz não vai conseguir atravessar a barreira, excepto a que consegue passar pelo pequeno orifício existente na primeira barreira. A luz que atravessa vai-se propagar até encontrar a segunda barreira. Na segunda barreira, já existem duas pequenas aberturas por onde a luz pode atravessar. A existência da primeira barreira condiciona as ondas que vão conseguir ultrapassar o segundo plano. Estas ondas vão ter um grau de coerência mais elevado, do que as que partem directamente da fonte de luz. Depois de atravessarem os orifícios da segunda barreira, a luz vai propagar-se e as ondas vão acabar por se sobrepor. Um pouco mais à frente vai estar uma tela, onde se vai conseguir observar essa sobreposição, através de um padrão de interferência. O padrão apresenta uma intermitência entre áreas iluminadas e áreas não iluminadas. Este padrão de interferência, prova que a luz se comporta como uma onda, porque pela teoria corpuscular a junção dos dois raios de luz não podiam

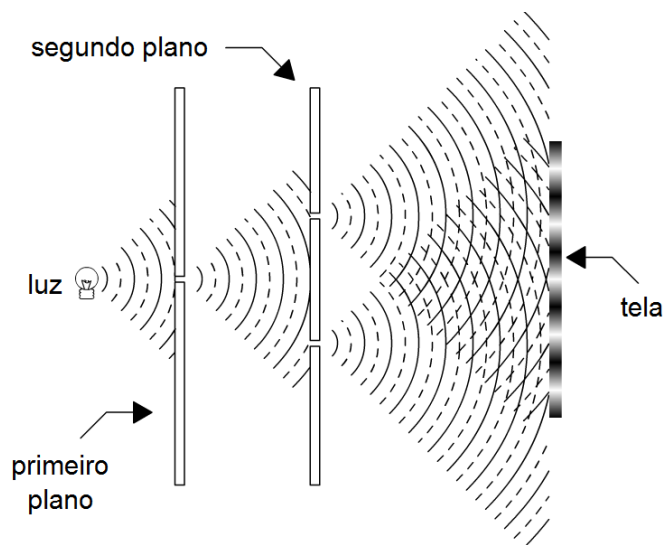


Figura 2.8: Experiência de Thomas Young.

criar espaços não iluminados entre espaços iluminados.

A experiência de Young, também conhecida por experiência da dupla fenda, teve um papel fundamental na aceitação da luz como onda. Não só contribuiu para dizer o que é a luz e como se comporta, mas também para provar que é possível capturar a fase da luz através de um processo de interferência. A amplitude e a fase estão aptas para fase de gravação através de um processo fotoquímico ou fotoelétrico.

Conceitos matemáticos

Os conceitos da interferência podem ser descritos matematicamente. Se duas ondas eletromagnéticas, O e R , se sobrepõem num determinado espaço, então:

$$R = re^{-i\Psi} \tag{2.15}$$

$$O = oe^{-i\Phi} \tag{2.16}$$

As fases das ondas foram agregadas numa única variável de forma a simplificar o cálculo. A onda R tem uma fase $\Psi = \omega t - kz_r + \psi$ num determinado ponto e é determinada pela fase inicial ψ , pela variação da fase à distância z_r e pela taxa de variação angular ωt . O mesmo é se aplica à fase da onda O , $\Phi = \omega t - kz_o + \phi$. A componente z na fase das ondas

representa a distância do ponto à fonte de luz. A intensidade num ponto desse espaço é igual ao quadrado da soma das ondas O e R no respectivo ponto.

$$\begin{aligned}
 I &= |R + O|^2 \\
 I &= RR^* + RO^* + OR^* + OO^* \\
 I &= R^2 + O^2 + RO^* + OR^* \\
 I &= R^2 + O^2 + re^{-i\Psi}oe^{i\Phi} + oe^{-i\Phi}re^{i\Psi}
 \end{aligned}
 \tag{2.17}$$

Com a simplificação $e^a e^b = e^{a+b}$, a equação fica:

$$\begin{aligned}
 I &= R^2 + O^2 + roe^{-i(\Psi-\Phi)} + roe^{-i(\Phi-\Psi)} \\
 I &= R^2 + O^2 + ro(e^{-i(\Psi-\Phi)} + e^{-i(\Phi-\Psi)}) \\
 I &= R^2 + O^2 + ro(e^{i(\Phi-\Psi)} + e^{-i(\Phi-\Psi)}) \\
 I &= R^2 + O^2 + ro(\cos(\Phi - \Psi) + \sin(\Phi - \Psi) + \cos(\Phi - \Psi) - \sin(\Phi - \Psi)) \\
 I &= R^2 + O^2 + ro(\cos(\Phi - \Psi) + \cos(\Phi - \Psi)) \\
 I &= R^2 + O^2 + 2ro \cos(\Phi - \Psi)
 \end{aligned}
 \tag{2.18}$$

A expressão $2ro \cos(\Phi - \Psi)$ na equação 2.18 tem o nome de "termo de interferência". O termo de interferência pode variar entre $-2ro$ e $2ro$ consoante o valor do co-seno, $-1 \leq \cos(\Phi - \Psi) \leq 1$. Logo, os locais onde a intensidade é mínima, é dada pela equação:

$$I_{min} = R^2 + O^2 - 2ro
 \tag{2.19}$$

Da mesma forma, é possível calcular a periodicidade da intensidade mínima:

$$\begin{aligned}
 \cos(\Phi - \Psi) &= -1 \\
 \cos((wt - kz_o + \phi) - (wt - kz_r + \psi)) &= -1 \\
 \cos((wt - kz_o + \phi) - (wt - kz_r + \psi)) &= -1 \\
 \cos(wt - kz_o + \phi - wt + kz_r - \psi) &= -1 \\
 \cos(-kz_o + \phi + kz_r - \psi) &= -1 \\
 \cos(k(z_r - z_o) + \phi - \psi) &= -1 \\
 k(z_r - z_o) + \phi - \psi &= N2\pi + \pi, N \in \mathbb{N} \\
 \frac{2\pi}{\lambda}(z_r - z_o) + \phi - \psi &= N2\pi + \pi, N \in \mathbb{N} \tag{2.20}
 \end{aligned}$$

Se as ondas electromagnéticas partem com a mesma fase, logo a subtracção $\phi - \psi$ é igual a 0. Assim, a equação 2.20 pode ser simplificada:

$$\begin{aligned}
 \frac{2\pi}{\lambda}(z_r - z_o) &= N2\pi + \pi, N \in \mathbb{N} \\
 \frac{2\pi}{\lambda}(z_r - z_o) &= N2\pi + \frac{2\pi}{2}, N \in \mathbb{N} \\
 \frac{2\pi}{\lambda}(z_r - z_o) &= 2\pi(N + \frac{1}{2}), N \in \mathbb{N} \\
 2\pi(z_r - z_o) &= 2\pi\lambda(N + \frac{1}{2}), N \in \mathbb{N} \\
 z_r - z_o &= \lambda(N + \frac{1}{2}), N \in \mathbb{N} \tag{2.21}
 \end{aligned}$$

Da mesma relações, se pode calcular a intensidade máxima e a sua periodicidade:

$$I_{max} = R^2 + O^2 + 2rO \tag{2.22}$$

$$z_r - z_o = N\lambda, N \in \mathbb{N} \tag{2.23}$$

Se os resultados da subtracção $\psi - \phi$ não oscilarem ao longo do tempo, significa que as ondas são coerentes. A figura 2.9 apresenta graficamente a periodicidade da intensidade máxima e mínima.

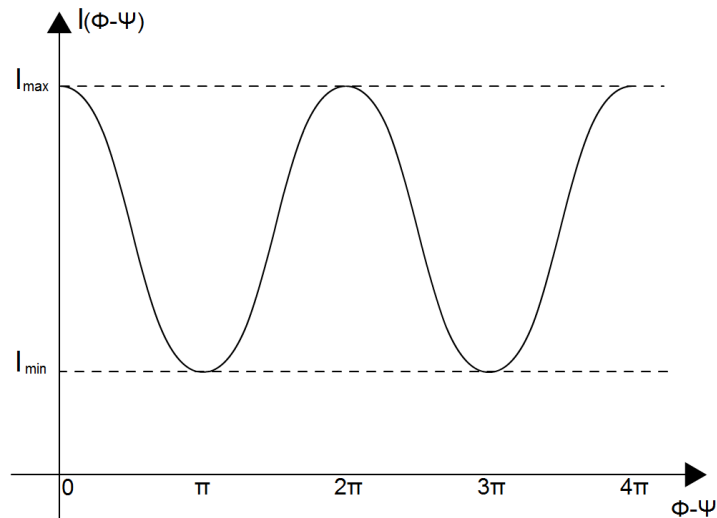


Figura 2.9: Intensidade dos campos electromagnéticos sobrepostos em função da diferença de fase. O eixo horizontal representa o co-seno da diferença de fases presente na equação 2.18 e o eixo vertical a intensidade resultante.

Difracção

A difracção é um fenómeno que ocorre quando uma onda sofre uma alteração de direcção ao passar por esquinas ou por pequenas aberturas. A luz, como é uma onda, também sofre deste fenómeno. Este fenómeno está directamente ligado ao fenómeno de interferência, já que é uma consequência da interferência.

Quando duas ondas interferem uma na outra, vão criar zonas onde a interferência vai ser construtiva e zonas onde essa interferência é destrutiva. Assim, nas zonas onde a interferência é construtiva, a luz vai comportar-se como tivesse mudado de direcção.

A difracção é bem visível quando um plano tem duas fendas e a luz utilizada é monocromática e coerente. O tamanho das fendas está relacionado com o tamanho do comprimento de onda, como a luz visível tem um comprimento de onda na ordem de nanómetros, as fendas têm de ser muito pequenas. Quando uma luz é acesa atrás do plano, a única forma de atravessar é pelas duas pequenas fendas. Assim, estas duas fendas vão comportar-se como dois novos pontos de luz. É possível matematicamente prever o desvio que a luz vai ter ao atravessar as fendas. A fórmula 2.20 permite identificar a periodicidade da intensidade mínima. Para a difracção da luz é mais importante saber a periodicidade da intensidade máxima. Neste caso, o valor desejado para o co-seno é 1 e sua periodicidade é dada por $N2\pi$, onde N é um número natural.

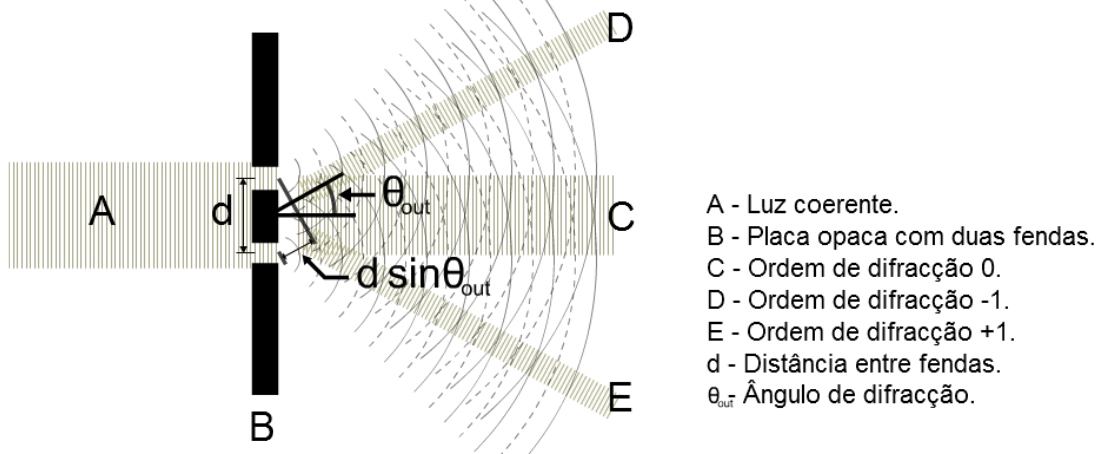


Figura 2.10: Difracção de uma luz coerente.

A luz proveniente de uma das fendas pode ter que percorrer uma distância maior do que a luz da outra fenda, essa diferença vai ser determinada pelo ângulo de difracção da luz. Portanto a diferença da distância é: $z_r - z_o = d \sin(\theta_{out})$.

Ao aplicar as alterações descritas anteriormente na fórmula 2.20, obtemos a fórmula da intensidade máxima com o ângulo de difracção:

$$k d \sin(\theta_{out}) + \phi - \psi = N 2\pi, N \in \mathbb{N} \quad (2.24)$$

No caso em que existe apenas uma única fonte de luz coerente, a diferença de fases pode ser anulada ($\phi - \psi = 0$). Como não é desejado que a luz de incidência seja sempre perpendicular ao plano, é possível aplicar a diferença de fase que um ângulo de incidência provoca na luz que chega a uma das fendas. Desta forma a fórmula final da difracção máxima e a sua periodicidade é:

$$\begin{aligned} k d \sin(\theta_{out}) - k d \sin(\theta_{in}) &= N 2\pi, N \in \mathbb{N} \\ k d (\sin(\theta_{out}) - \sin(\theta_{in})) &= N 2\pi, N \in \mathbb{N} \\ \frac{2\pi}{\lambda} d (\sin(\theta_{out}) - \sin(\theta_{in})) &= N 2\pi, N \in \mathbb{N} \\ \sin(\theta_{out}) &= \frac{N\lambda}{d} + \sin(\theta_{in}), N \in \mathbb{N} \end{aligned} \quad (2.25)$$

A fórmula 2.25 permite saber com exactidão quais os ângulos da interferência máxima entre duas fontes de luz, isto é, os ângulos de difracção máxima que a luz sofre. Esta fórmula é conhecida como a equação de rede (tradução literal do inglês *grating equation*).

A equação de rede também pode ser aplicada a mais do que duas fendas. Para estes casos é necessário calcular a interferência para N pontos em vez de dois. Se as condições se mantiverem (distância entre fendas, comprimento de onda e ângulo de incidência), os ângulos de difracção máxima serão os mesmos, existindo apenas diferença na intensidade dessa difracção e na nitidez dos raios difractados.

2.2 Pistas de profundidade do Sistema Visual Humano

O sistema visual humano tem a capacidade de obter informações tridimensionais do mundo que o rodeia. É uma aptidão natural e o ser humano desde tenra idade se habitua a tirar partido dela. Esta capacidade deve muito ao facto de existirem dois olhos, afastados ligeiramente um do outro, permitindo observar o mundo por dois pontos distintos. A possibilidade de movimentação também enriquece a obtenção de informações tridimensionais, porque os olhos podem ser colocados em outra posição de forma a ser possível observar detalhes que antes estavam encobertos.

O sistema visual humano utiliza um conjunto de pistas que obtém das imagens captadas por cada olho para a construção de uma percepção tridimensional. A profundidade de uma observação tridimensional é obtida através de um conjunto de 10 pistas, 6 psicológicas e 4 fisiológicas [Okoshi, 2011]. Quando combinadas, estas 10 pistas melhoram muito a noção de profundidade.

Pistas psicológicas As pistas psicológicas são essencialmente pistas de percepção espacial obtidas quando alguém olha para uma imagem bidimensional (Ex: uma fotografia) e podem ser obtidas por um único olho, por isso também são referidas como pistas monoculares. A experiência, reconhecimento e a imaginação do observador, têm um papel significativo neste tipo de pistas. As pistas psicológicas são:

- **Tamanho da imagem** -O tamanho aparente de um objecto permite ao observador deduzir a distância ao mesmo. No caso em que temos dois objectos iguais mas com uma ligeira diferença de tamanho, à mesma distância, o sistema visual humano vai deduzir que o objecto mais pequeno está mais longe.

- **Perspectiva aérea** - Objectos a longas distâncias apresentam uma certa neblina. Isto acontece porque entre o observador e o objecto existe um maior número de gotículas de água e poeira. No caso em que temos dois objectos iguais, à mesma distância, mas um está ligeiramente desfocado, o sistema visual humano vai deduzir que o objecto desfocado está mais longe.
- **Perspectiva linear** - Quando duas linhas tendem a encontrar-se numa das extremidades, induz que estas são paralelas e estão a afastar-se cada vez mais. Sendo o local onde as extremidades se encontram o ponto mais afastado.
- **Oclusão** – Os contornos contínuos indicam estar mais próximos do que contornos interrompidos por outros. Isto significa que a sobreposição de um objecto sobre outro indica que o objecto está mais próximo. É considerada a pista mais importante das pistas monoculares.
- **Tons e sombras** - A presença de tons nos objectos permite identificar partes convexas e concavas. Isto deve-se ao facto do sistema visual humano assumir que a luz vem de cima, logo superfícies mais claras estão viradas para cima. A existência de sombras de um objecto em outro indica que o objecto está mais próximo do que o outro.
- **Textura** - A existência de um grande número de detalhes indica que o objecto está mais próximo do que um objecto com um menor número de detalhes.

Pistas fisiológicas As pistas fisiológicas estão relacionadas com a anatomia do sistema visual humano e são pistas mais relevantes para a noção de profundidade.

- **Acomodação** - A acomodação é a tensão exercida pelo músculo que foca a imagem no olho. Objectos a distâncias diferentes precisam de uma tensão diferente no músculo para ficarem focados.
- **Convergência** - Os olhos quando observam um objecto posicionam-se de forma que a retina fique de frente para o objecto. Forma-se então dois vectores que começam nos olhos e acabam no objecto. O ângulo formado pelos vectores no ponto onde se encontram no objecto chama-se ângulo de convergência. Quanto maior for esse ângulo, menor será a distância ao objecto. É eficaz a distâncias inferiores a dez metros.

- **Paralaxe ocular** - As imagens que cada olho capta são ligeiramente diferentes uma da outra e o sistema visual humano é muito sensível a estas diferenças, o que permite obter uma noção de profundidade. É a pista dominante de profundidade.
- **Movimento** - Tal como o sistema visual humano é sensível às diferenças existentes em cada imagem que recebe pelos olhos, também é sensível a imagens captadas em tempos muito próximos. Objectos mais próximos aparentam mover-se mais depressa que os objectos mais longínquos.

A tecnologia de visualização que consiga proporcionar ao sistema visual humano todas as pistas, teoricamente conseguirá criar uma experiência de visualização que o observador não conseguirá distinguir da realidade. Porém oferecer todas as pistas de profundidade não está ao alcance da grande maioria das tecnologias de visualização tridimensional, o que diminui a qualidade da profundidade que o sistema visual humano percepção. Grande parte das tecnologias de visualização em três dimensões satisfaz apenas as pistas psicológicas e a pista dominante, que é a paralaxe ocular.

2.3 Tecnologias Tridimensionais de Visualização

Existem diversos tipos de tecnologias de visualização tridimensional e muitas delas com décadas de estudos e desenvolvimentos. A grande maioria foca-se em conseguir satisfazer a pista de profundidade dominante, a paralaxe ocular. Para isso basta enviar duas imagens da mesma cena, capturadas de uma posição ligeiramente diferente da outra. Outras técnicas tentam ir além e proporcionar o maior número de pistas de profundidade e até mesmo todas.

Uma das formas de organizar as tecnologias é em dois grupos, as que usam algum tipo de dispositivo auxiliar que o observador tem de obrigatoriamente de usar para conseguir ver em três dimensões e as que não requerem nenhum dispositivo.

2.3.1 Tecnologias Tridimensionais com dispositivos auxiliares

Os dispositivos auxiliares, na grande maioria dos casos, são um par de óculos. São fáceis de colocar, relativamente baratos de se fazer e servem para qualquer pessoa. A estereoscopia com óculos é a tecnologia tridimensional actualmente mais aplicada no mercado.

Teve uma forte expansão no mercado devido à introdução de filmes tridimensionais no cinema. Contudo, a técnica de usar óculos teve os primeiros passos em 1838 por Charles Wheatstone. Foi a primeira técnica desenvolvida a permitir a observação de conteúdos tridimensionais.

O conceito consiste em gravar duas imagens de uma cena, em pontos ligeiramente diferentes. A distância entre as câmaras deve simular o espaço existente entre os olhos do ser humano. Devem ser direccionadas e focadas para um mesmo ponto, para que crie o efeito de paralaxe. Se estas condições forem satisfeitas, o utilizador tem uma sensação de profundidade na imagem. Contudo, a profundidade que se consegue obter com esta tecnologia é limitada. Pistas de profundidade importantes não são satisfeitas com estas técnicas.

Existe duas abordagens para resolver o problema de enviar a imagem correcta para cada olho: estereoscopia passiva e estereoscopia activa. Na estereoscopia passiva, o dispositivo auxiliar não comunica com a fonte da imagem e na estereoscopia activa já existe uma comunicação. Normalmente a fonte da imagem tridimensional é um ecrã plano ou um projector (também podem ser dois projectores, desde que estejam sincronizados).

O dispositivo que o utilizador precisa de colocar pode funcionar das seguintes formas: receber duas imagens por dois meios distintos e depois enviar as imagens para os olhos (Ex: dispositivo que se coloca na cabeça que imerge completamente o sentido da visão) ou receber uma única imagem (a imagem da esquerda e da direita foram juntas numa única imagem) e separar a informação que é para o olho esquerdo e a informação que é para o olho direito (Ex: óculos anáglifos).

Segue-se uma breve descrição de técnicas de estereoscopia passiva e activa que usam dispositivos auxiliares.

Estereoscopia passiva

Polarização A polarização consiste em polarizar a imagem de cada olho em sentidos opostos, para que um dispositivo auxiliar (uns simples óculos polarizados) filtre a imagem que não se destina ao olho. A polarização pode ser linear (horizontal ou vertical) ou circular (circular esquerda, sentido anti-horário ou circular direita, sentido horário). A polarização linear tem a desvantagem de o utilizador não poder inclinar a cabeça para os lados. Se o

fizer, os filtros dos óculos não estarão alinhados com os filtros da projecção, o que leva a aparecer resíduos da imagem que não interessa. Este fenómeno de uma imagem destinada a um olho aparecer no outro olho parcialmente ou totalmente, tem o nome de efeito fantasma.

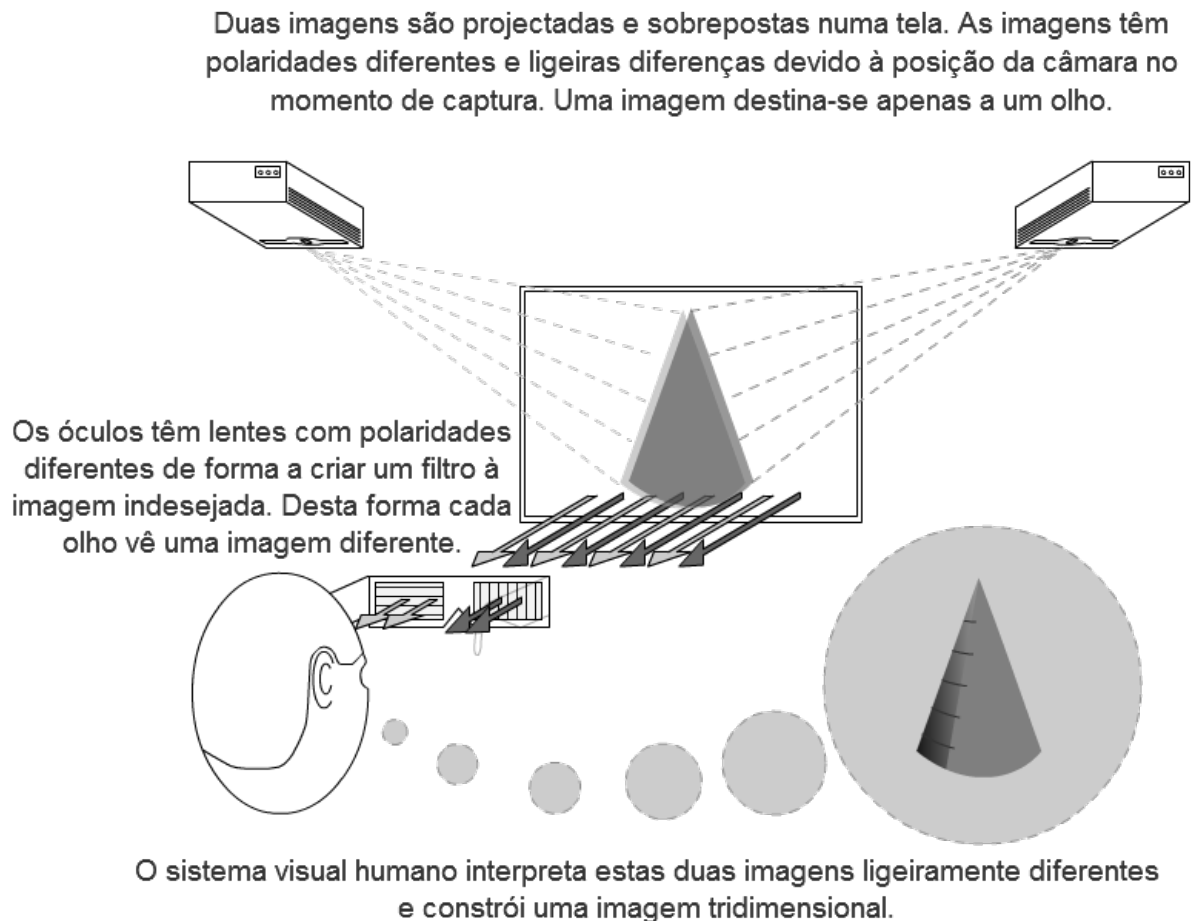


Figura 2.11: Sistema de visualização tridimensional com tecnologia de polarização das imagens.

Esta técnica é amplamente utilizada em cinemas porque a qualidade que apresenta é muito boa, existindo apenas uma ligeira atenuação do brilho da imagem (as imagens ficam um pouco mais escuras). A imagem de cada olho é inicialmente polarizada (cada uma num sentido) e sobrepostas formando uma única imagem quando vista a olho nu. Em ecrãs e monitores, é aplicada uma técnica de interpolação na polarização. As linhas pares destinam-se a um olho e polarizadas num sentido, as linhas ímpares destinam-se ao outro olho e são polarizadas no sentido oposto. Contudo, a resolução vertical para cada olho é reduzida para metade.

Espectro As técnicas que envolvem a limitação de espectro usam normalmente lentes coloridas nos óculos para filtrar o espectro que não é desejado para o olho. As cores mais utilizadas nas lentes são o vermelho e o ciano (independentemente das cores que as lentes tenham, o mecanismo de funcionamento é o mesmo, impedir que certas cores cheguem a um dos olhos). Isto permite dividir o espectro visível em três partes, uma parte que ambos os olhos recebem, outra que só o olho direito recebe e uma terceira que apenas o olho esquerdo recebe. As técnicas mais básicas limitam um grande número de cores que cada olho consegue ver, mesmo que a cor seja destinada ao olho correcto, a lente vai filtrar essa informação. A grande vantagem desta técnica é que qualquer dispositivo bidimensional pode exibir imagens tridimensionais, sendo apenas necessário uma pós-produção nas duas imagens originais. O grande mercado desta técnica actualmente é a indústria de imprensa, já que esta técnica funciona muito bem em revistas, jornais, postais, etc.

Uma imagem é projectada com a sintetização de duas imagens com restrições espectrais.

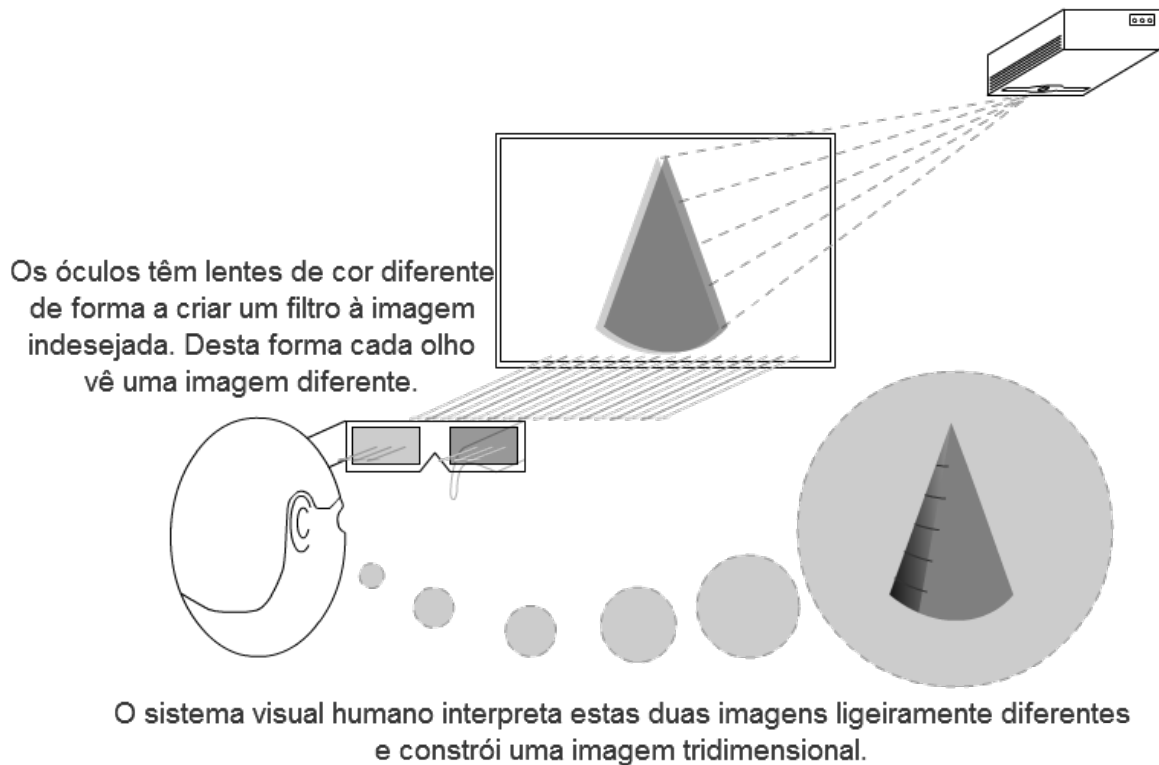


Figura 2.12: Sistema de visualização tridimensional com tecnologia de filtro de espectro.

Antes da massificação da técnica de polarização, eram utilizadas técnicas de espectro nos

conteúdos exibidos no cinema e televisão. Ainda hoje é possível comprar alguns filmes recentes em três dimensões no mercado de DVD, que usam técnicas de filtrar o espectro. Existe várias variações desta técnica, umas que limitam mais o número de cores e outras menos. Recentemente foi desenvolvida uma nova técnica que não limita drasticamente e de uma forma sequencial número de cores, já que o espectro de cada cor é repartido para cada olho.

Vantagens e desvantagens Independentemente da técnica usada para fazer chegar as imagens aos olhos, a estereoscopia passiva tem diversas desvantagens. Não proporciona acomodação ocular ao observador, obriga o uso de óculos para ter a noção tridimensional, não permite observar mais do que dois pontos de vista da cena (os únicos que foram gravados, um para cada olho). Em grande parte das técnicas, existe perda de qualidade da imagem inicial por causa do processamento das duas imagens numa única. A sobreposição de imagens, por vezes cria o efeito de fantasma.

As vantagens são ao nível de custo, porque os dispositivos auxiliares são baratos e o processamento de duas imagens numa única não é muito elaborado. Outra vantagem deve-se ao facto de ecrãs feitos apenas para conteúdos bidimensionais poderem exibir conteúdos tridimensionais (com tecnologias de limitação de espectro).

Estereoscopia activa

Interpolação temporal O princípio desta tecnologia é enviar as imagens para os olhos em instantes diferentes. Assim nunca existe sobreposição de imagens, logo não existe ruído de uma imagem na outra e perda de qualidade. Para que seja funcional, a imagem que se destina a um olho, só deve ser exposta ao olho correcto e o outro olho deve ter uma barreira que não possibilite a sua visualização, existindo no instante seguinte uma troca de papéis, o olho que está impossibilitado de ver já pode e o outro não. Se esta alternância entre imagens for muito rápida de forma que o sistema visual humano não detecte que existe um movimento a barrar a luz que entra no olho, vai ser criada a ilusão que é uma imagem tridimensional, assim, para o cérebro, as imagens chegam simultaneamente aos olhos.

Os ecrãs têm de exibir o conteúdo alternadamente em sincronização com os óculos. Se forem emitidas 60 imagens, 30 delas são destinadas ao olho esquerdo e outras 30 ao olho

direito. Isto significa que existe um decréscimo de fluidez no vídeo. Para compensar, é necessário uma taxa de refrescamento maior, que no mínimo deve rondar os 120Hz. Existem ecrãs com 240 ou mais hertz, para que cenas com muito movimento sejam mais fluidas. Certas pessoas sentem-se incomodadas pelo piscar (flicker) que uma taxa de refrescamento de 120Hz provoca, nesses casos um ecrã com uma maior taxa de refrescamento melhora a experiência de visualização.

É inerente existir algum tipo de comunicação com o ecrã para sincronizar a frequência com que fecha e abre cada uma das barreiras dos olhos. Se existir algum corte nessa ligação, o utilizador deixa de conseguir obter o efeito tridimensional. Por questões de comodidade, usam tecnologias sem fio para criar essa ligação (exemplo: Bluetooth ou Infravermelhos). O ecrã envia um sinal para os óculos de forma que estes activem alternadamente as lentes. As lentes destes óculos são normalmente pequenos ecrãs de cristais líquidos (LCD), que quando estão activos escurecem, impossibilitando a passagem da luz.

Realidade aumentada O uso de óculos (ou de um capacete) de realidade aumentada permite uma maior imersão ao utilizador. Estes dispositivos incorporam dois pequenos ecrãs, de forma que cada olho receba apenas a imagem que lhe destina. Este tipo de tecnologia pode ter integrado um sistema de *tracking* que permite o utilizador mover-se livremente e obter imagens dos novos pontos de vista.

Normalmente o conteúdo que os ecrãs apresentam é virtual e não imagens do mundo físico. Como existe a possibilidade de o utilizador se mover e para uma cena física estar a ser exibida, ia ser exigido que se gravasse a cena de um número arbitrário de pontos de vista, porém, a quantidade de informação seria tanta que torna esse cenário muito difícil de se alcançar. Normalmente cria-se um mundo virtual em tempo real, onde o movimento do utilizador faz mover a câmara no mundo virtual.

Vantagens e desvantagens A estereoscopia activa tem a desvantagem de ter dispositivos auxiliares mais caros (os óculos de realidade aumentada são os mais caros de todos), o que condiciona a sua utilização em grandes públicos. Também cria novos problemas, como é o caso do piscar dos óculos de interpolação temporal, obrigatoriedade de ter uma fonte de energia e uma ligação constante com o ecrã.

Porém, resolve alguns problemas das técnicas passivas, como o efeito fantasma, limitação de cores e intensidade (apenas com óculos de realidade aumentada, já que a interpolação temporal coloca a imagem um pouco escura em comparação com a original). No caso da realidade aumentada o utilizador não está limitado a um único ponto de vista, tendo a liberdade de poder observar a cena do ponto de vista que quiser.

2.3.2 Tecnologias Tridimensionais sem dispositivos auxiliares

A necessidade de certas tecnologias usarem dispositivos auxiliares para permitirem a correcta visualização tridimensional tem sido encarada como uma barreira para a aceitação em massa das tecnologias tridimensionais. Cada utilizador precisa obrigatoriamente de ter um. Como algumas tecnologias possuem óculos com custos relativamente elevados, para uma família o preço total do equipamento é sempre acrescido pelo número de óculos extra que são necessários. Além disso, o uso de óculos pode ser incómodo e para quem já usa óculos graduados, tem de colocar os óculos sobre outros.

Por estas razões, as tecnologias sem óculos (também é conhecido por tecnologias auto-estereoscópicas) têm-se tornado cada vez mais uma realidade e têm sofrido um forte desenvolvimento.

Barreiras de paralaxe

As barreiras de paralaxe é uma tecnologia que envia simultaneamente duas imagens, uma destinada ao olho direito e a outra ao olho esquerdo. Para que os olhos não recebam a imagem que se destina ao outro olho, existe uma camada de pequenas barreiras que impossibilita a visualização da outra imagem se o utilizador estiver bem posicionado.

A percepção da tridimensionalidade das cenas observadas num ecrã de barreiras de paralaxe é normalmente conseguida apenas numa posição central em frente do ecrã a uma determinada distância. Essa zona é muito pequena o que restringe o número de utilizadores que conseguem obter o efeito 3D.

Assim, os píxeis do ecrã são agregados em dois grupos e cada grupo fica responsável por uma das imagens que chega aos olhos do utilizador. A divisão dos píxeis pode ser feita de

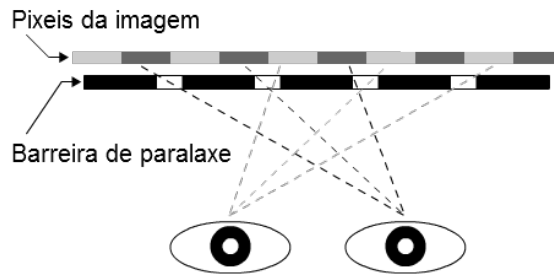


Figura 2.13: Funcionamento das barreiras de paralaxe.

duas formas: os píxeis pares ficam com a imagem destinada a um olho e os ímpares ficam com a imagem destinada ao outro olho; outra forma de divisão é subdividir os píxeis, porque estes são constituídos por três subelementos, que emitem uma das três cores primárias (vermelho, verde e azul). Os subelementos são divididos da mesma forma que os píxeis podem ser, pares para uma imagem e ímpares para outra.

	Pixel 1			Pixel 2			Pixel 3		
	VM	VD	AZ	VM	VD	AZ	VM	VD	AZ
Linha 1	E	E	E	D	D	D	E	E	E
Linha 2	E	E	E	D	D	D	E	E	E

	Pixel 1			Pixel 2			Pixel 3		
	VM	VD	AZ	VM	VD	AZ	VM	VD	AZ
Linha 1	E	D	E	D	E	D	E	D	E
Linha 2	E	D	E	D	E	D	E	D	E

VM - Sub-pixel vermelho.
 VD - Sub-pixel verde.
 AZ - Sub-pixel azul.

E - Destinado ao olho esquerdo.
 D - Destinado ao olho direito.

Figura 2.14: Divisão dos píxeis.

Este tipo de ecrãs têm a capacidade de facilmente passar de um modo de visualização tridimensional para um modo de visualização bidimensional, porque normalmente a barreira é uma camada de cristais líquidos (LCD). Quando está em modo 2D, a camada LCD fica totalmente transparente para que todos os píxeis possam ser vistos em qualquer posição. Em modo 2D também existe um acréscimo de resolução, já que o ecrã trabalha com toda a sua resolução para a única imagem que precisa de apresentar.

Vantagens e desvantagens Os ecrãs de barreiras de paralaxe são mais cómodos para o utilizador, já que não precisam de usar um par de óculos. Porém é uma tecnologia muito limitativa, já que só possibilita a correcta visualização num espaço específico e muito limitado. Esta restrição implica que um número muito restrito de utilizadores consigo obter o

efeito tridimensional. A imagem que apresenta tem um brilho atenuado por causa das barreiras. Para compensar esse decréscimo, existe uma fonte de luz mais forte. Porém, implica um maior consumo energético.

Ecrãs lenticulares

Os ecrãs lenticulares têm um funcionamento semelhante aos de barreiras de paralaxe, mas em vez de ter uma barreira que impossibilita a visualização dos píxeis em certas posições, tem uma camada de pequenas lentes que refractam a luz para diversas posições.

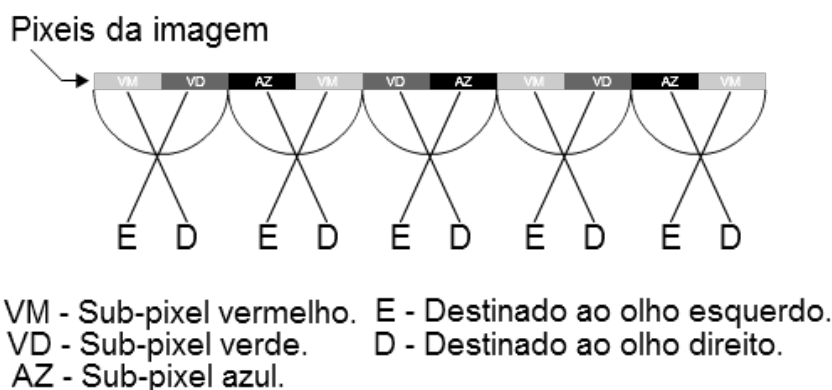


Figura 2.15: Refracção da luz emitida pelos sub-píxeis.

Os píxeis de cada imagem têm de ser ordenados de forma que o ângulo de refracção da lente que está à frente do píxel seja direccionado para o olho certo.

Ao contrário dos ecrãs de barreiras de paralaxe, os ecrãs lenticulares conseguem expor conteúdos a mais do que um utilizador simultaneamente e permitem que o utilizador se mova para ter uma imagem de um ângulo diferente da cena que observa. Porém, o número de vistas diferentes é muito limitado e sempre ao custo de perda de resolução nas imagens tridimensionais observadas, porque os píxeis do ecrã têm de ser divididos pelo número de vistas. Alguns ecrãs lenticulares, tal como os ecrãs de barreira de paralaxe, também conseguem alternar o seu funcionamento entre modo 3D e modo 2D.

As zonas de visualização tridimensionais encontram-se na zona central do ecrã, o que leva a que as posições mais na periferia não criem o efeito de três dimensões.

Vantagens e desvantagens Os ecrãs lenticulares partilham muitas das características dos ecrãs de barreiras de paralaxe, mas resolvem alguns problemas. O número de posições onde é possível observar a cena tridimensional é maior, mas mesmo assim limitado. Permite que o observador se mova entre zonas e obtenha uma imagem diferente da do ponto que estava anteriormente, mas num ponto intermédio entre zonas de visualização a noção de três dimensões é perdida.

Ecrãs volumétricos

Os ecrãs volumétricos seguem uma vertente diferente das tecnologias anteriores, já que estes criam um objecto com profundidade ao contrário das tecnologias anteriores, que apenas induzem a noção de profundidade através de imagens num plano.

Os ecrãs volumétricos dividem-se em duas vertentes, ecrãs volumétricos de varrimento e ecrãs volumétricos sólidos.



Figura 2.16: Dispositivo volumétrico de varrimento desenvolvido pela Actuality Systems, Inc. (Imagem retirada de [Favalora, 2005])

Os ecrãs volumétricos de varrimento, partem as cena tridimensional em camadas. Cada camada tem de ser projectada numa determinada posição, para corresponder com a posição

do plano na cena tridimensional. Estes ecrãs têm um plano de projecção que se movimenta a alta velocidade e que tem de ser sincronizado com o projector (por vezes são usados lasers como meio de projecção) para que cada camada da cena tridimensional seja projectada na posição exacta.

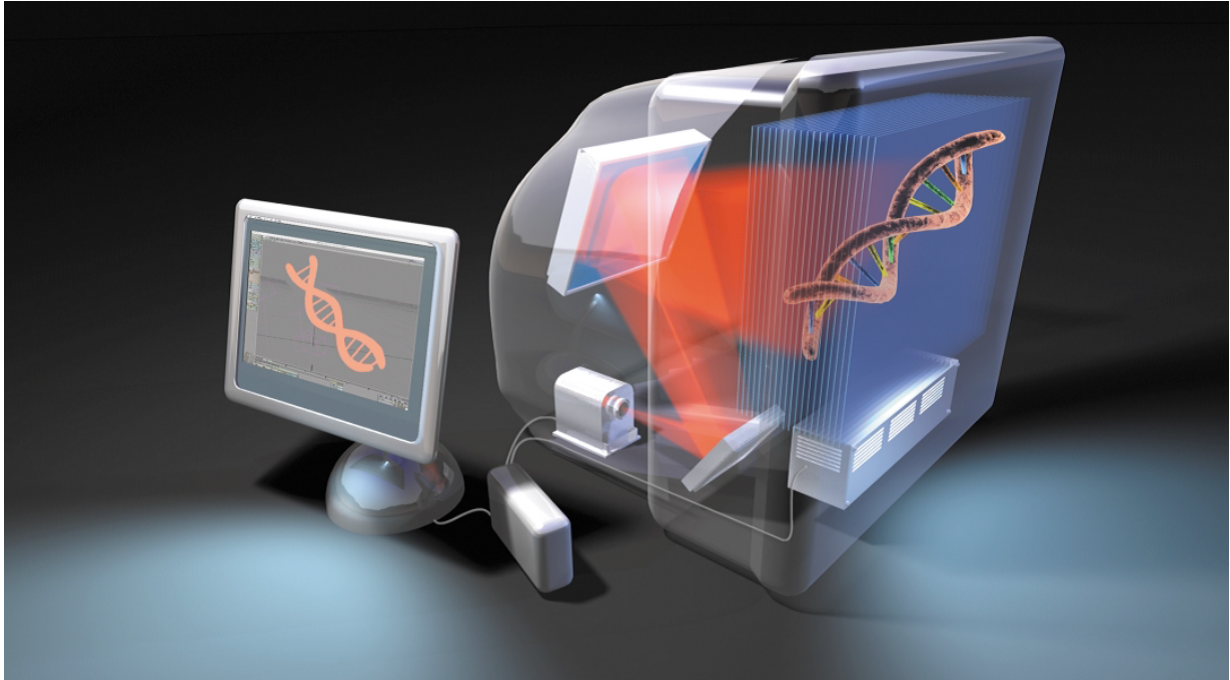
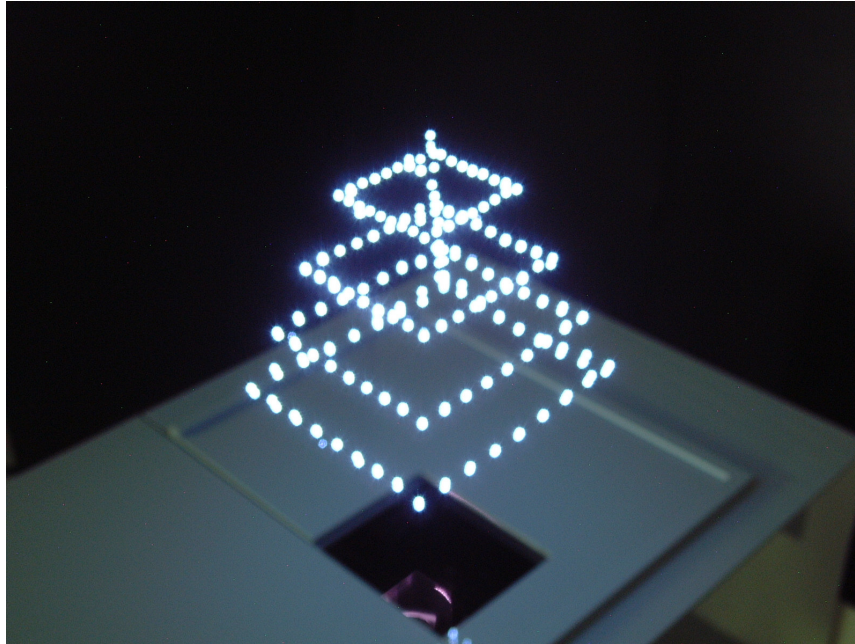


Figura 2.17: Ecrã volumétrico desenvolvido pela LightSpace Technologies Inc. (Imagem retirada de [Sullivan, 2005])

O outro tipo de ecrãs volumetricos faz uso de zonas estáticas. Existe um volume fixo onde o ecrã consegue acender um ponto. Este volume pode ser constituído por elementos sólidos, gasosos ou mesmo líquidos. Um dos exemplos existente é o dispositivo LightSpace DepthCube que contém vinte ecrãs de cristais líquidos empilhados de forma que os pixels fiquem alinhados [Anderson, 2005]. Como cada ecrã está a uma profundidade diferente, naturalmente cria imagens com profundidade fazendo acender os pixels em diferentes ecrãs.

Uma tecnologia muito interessante é um protótipo desenvolvido pelo National Institute of Advanced Industrial Science and Technology em Tóquio que cria pontos brancos num espaço de um metro cúbico. Não é preciso uma mídia específica para criar esses pontos, já que funciona no ar. Este dispositivo dispara um feixe laser focado para um ponto no ar, o



*Figura 2.18: Protótipo de uma tecnologia volumétrica capaz de gerar pontos de luz no ar.
(Imagem retirada de [Kimura et al., 2006])*

que provoca uma emissão de plasma nesse ponto. Esta emissão de plasma, manifesta-se visualmente através de um ponto branco.

Vantagens e desvantagens Esta tecnologia proporciona um maior número de pistas visuais ao utilizador, o que proporciona uma melhor noção de profundidade em comparação com as outras tecnologias. É possível observar de vários ângulos e não existe zonas onde não é possível obter uma visualização em três dimensões. O facto de certas tecnologias volumétricas permitirem ser observadas em quase 360 graus, permite um grande número de observadores simultâneos.

Porém este tipo de tecnologia peca por não conseguir disponibilizar conteúdos com oclusão, sendo a única pista de profundidade que não disponibiliza ao observador. Os ecrãs volumétricos de varrimento conseguem criar o efeito de oclusão, mas a imagem projectada é bidimensional. Outros problemas intrínsecos à tecnologia são quando existem partes mecânicas ou pulsos de feixes de laser, quando estes estão activos emitem um som ruidoso. O facto de por vezes serem necessárias partes mecânicas, reduz o tempo de vida dos dispositivos, porque existe um maior desgaste. Certos equipamentos, como no caso onde existe uma tela rotativa, é perceptível a sua rotação quando existe luz no local do ecrã.

Holografia

A holografia é uma tecnologia de visualização tridimensional que grava e recria fielmente a onda visível que um objecto reflecte. Um holograma de boa qualidade, consegue enganar o sistema visual humano ao ponto de convencer o observador que existe um objecto, sem na realidade existir.

Como actualmente não existe forma de gravar a luz e depois reproduzi-la, é necessário uma forma engenhosa de o fazer. Para criar um holograma de um objecto é necessário gravar a luz que um objecto reflecte através de um processo de interferência.

A luz tem duas componentes, amplitude e fase (ponto de parte o comprimento de onda para a cor), que precisam de ser gravadas para que a reprodução de um holograma disponibilize todas as pistas de profundidade. Gravar a amplitude já é feito há muitas décadas e uma prova disso é a fotografia. A fotografia apenas grava a amplitude da luz, como não grava a fase, parte das pistas de profundidade são perdidas. A fase é muito importante para a noção de profundidade e isso é evidente quando observamos uma fotografia, porque a única noção de profundidade existente da cena é dada pelas pistas psicológicas, enquanto que todas as pistas fisiológicas da cena são perdidas no processo de captura da fotografia. As únicas pistas fisiológicas que observamos numa fotografia são as do plano da fotografia, mas não estão relacionadas com a cena que a fotografia contém.

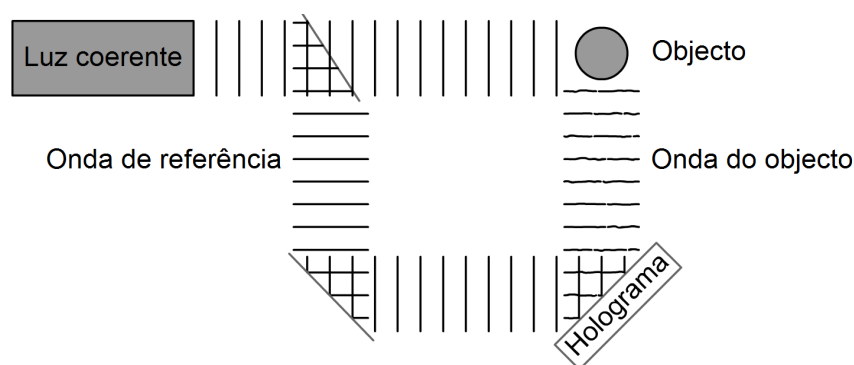


Figura 2.19: Sistema necessário para criar um holograma.

Criar um holograma consiste em colocar uma placa fotossensível em frente do objecto. O objecto vai ser iluminado por uma luz coerente e parte dessa luz coerente vai chegar à placa fotossensível. Este processo, até agora, é em tudo semelhante ao processo de fotografar

um objecto. Mas na holografia, é necessário mais uma luz a iluminar a placa fotossensível, denominada luz de referência. Estes dois feixes de luz, ao encontrarem-se em cima da placa holográfica, vão criar uma terceira onda fruto da interferência das ondas. A placa holográfica vai reagir quimicamente à estrutura interferência que ocorre em cima dela. No final do processo, a placa holográfica vai conter um padrão e a partir desse momento chama-se holograma. O holograma tem algo que se pode comparar à impressão digital da onda de interferência.

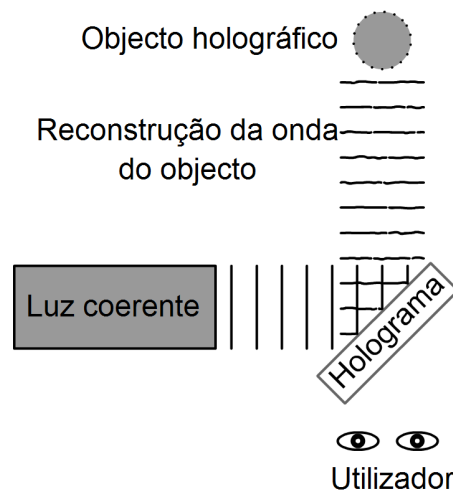


Figura 2.20: Sistema necessário para reconstruir a onda do objecto.

Para observar a imagem tridimensional que o holograma guarda é necessário iluminar o holograma com uma luz semelhante à luz de referência e quando se observa do outro lado o holograma, vemos dentro do holograma o objecto que foi gravado. Isto é possível, porque ocorre um fenómeno de difracção da luz quando a luz atravessa o padrao de interferência do holograma.

Vantagens e desvantagens A grande vantagem da holografia é conseguir exibir todas as pistas de profundidade de um objecto. Mas também tem os seus problemas, para criar um holograma o objecto tem de estar estático e numa sala onde as condições de luminosidade estão completamente controladas. A fonte de luz tem de ser coerente no processo de gravação, o que implica que não é possível criar com a luz do sol ou de outro tipo de luz mais convencional. Como o holograma demora tempo a ser gerado, a mínima alteração da luz ou deslocação do objecto vai influenciar negativamente a criação do holograma.

Devido a estes problemas, tem-se apostado cada vez mais na geração de hologramas por computador, porque todo o processo de captura pode ser recriado virtualmente. Técnicas mais recentes de holografia gerada por computador permitem criar um holograma de objetos em movimento, inclusive criar vídeo holográfico [Benton and Bove, 2008].

2.3.3 Comparação sobre as Tecnologias Tridimensionais

Todas as tecnologias têm pontos fortes e pontos fracos. Para esta dissertação o interesse incide na qualidade das imagens que as tecnologias tridimensionais apresentam ao utilizador. Essa qualidade é medida através do número de pistas que se consegue providenciar ao utilizador.

Tabela 2.1: Relação entre as pistas de profundidade do sistema visual humano e algumas tecnologias de ecrãs tridimensionais.

Tecnologias	Pistas									
	Psicológicas						Fisiológicas			
	Tamanho da imagem	Perspectiva aérea	Perspectiva linear	Oclusão	Tons e sombras	Textura	Acomodação	Convergência	Paralaxe ocular	Movimento
Estereoscopia passiva	X	X	X	X	X	X		X	X	
Estereoscopia activa	X	X	X	X	X	X		X	X	x^1
Barreiras de paralaxe	X	X	X	X	X	X		X	X	
Ecrãs lenticulares	X	X	X	X	X	X		X	X	X
Ecrãs volumétricos	X	X	X	x^2	X	X	x^3	X	X	X
Holografia	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

x^1 Apenas tecnologias com sistemas de tracking.

x^2 Apenas ecrãs volumétricos de varrimento.

x^3 Apenas ecrãs volumétricos de zonas estáticas.

2.4 Holografia Óptica

A holografia é uma técnica que permite armazenar a onda que é reflectida pelo objecto, com todas as suas propriedades. O processo de gravação faz uso do fenómeno de interferência da luz, para conseguir gravar a amplitude e fase da luz em forma de intensidade numa placa fotossensível. Para reconstruir a onda (que cria uma imagem, ao ser observada) é preciso recorrer ao fenómeno de difracção da luz.

2.4.1 Construção de um holograma

A construção de um holograma consiste em gravar a interferência causada pela luz de referência e a luz que o objecto emana. Para que tal seja possível as duas fontes de luz devem ser coerentes e iguais, isto é, terem o mesmo comprimento de onda e fases sincronizadas antes de uma delas iluminar o objecto.

Para assegurar que a luz que ilumina o objecto tem as mesmas propriedades que a luz de referência utiliza-se um divisor de feixe. Este equipamento óptico permite dividir um feixe de luz em dois feixes ainda coerentes (mesma frequência, mesma fase) mas com direcções de propagação diferentes. Desta forma assegura-se que as fases estão sincronizadas e o comprimento de onda é o mesmo.

Um dos feixes da divisão vai iluminar o objecto e o segundo feixe é encaminhado directamente para uma tela fotossensível. Na tela fotossensível vão chegar duas ondas de luz, a que vem directamente da fonte de luz coerente e outra proveniente da luz reflectida pelo objecto.

Ao longo da placa fotossensível vai ocorrer o fenómeno de interferência de duas ondas e a placa vai gravar a intensidade dessa interferência. Onde existe uma interferência construtiva, a tela fotossensível apresenta uma zona opaca e nas zonas de interferência destrutiva, a placa apresenta uma zona transparente (a intensidade é zero, logo a placa não entra numa reacção fotoquímica que faz escurecer essa zona).

Em toda a superfície da placa vão-se criar franjas resultantes da alternância entre zonas de interferência construtiva e zonas de interferência destrutiva. A proximidade entre franjas e a sua configuração é consequência da posição e estrutura do objecto e do ângulo criado

pela de incidência da luz de referência e da luz do objecto. Estas franjas criam um padrão único, que descreve a onda do objecto. As franjas presentes na placa holográfica são muito pequenas e não podem ser vistas a olho nu.

Não é do interesse desta dissertação entrar em detalhe sobre as placas holográficas e as suas emulsões. Apenas interessa referir que existem vários tipos de placas com diferentes emulsões. Cada emulsão é caracterizada principalmente pelo tempo necessário de exposição, comprimento de onda da luz necessária para existir uma reacção fotoquímica, resolução e tamanho do grão. Devido à granularidade da camada fotossensível, todos os hologramas possuirão um ligeiro ruído. Este ruído surge devido à difracção e dispersão da luz provocada pelos minúsculos grãos.

Conceitos matemáticos

Na criação de um holograma, duas ondas electromagnéticas sobrepõem-se e criam uma terceira onda por interferência. Este conceito já foi visto antes e a fórmula final da interferência na forma de Euler é:

$$I = R^2 + O^2 + 2ro \cos(\Phi - \Psi)$$

Um holograma não é nada mais que uma placa fotossensível que precisa de um tempo de exposição à luz da interferência das duas ondas. A transmissão da luz para a placa fotossensível é dada pela expressão:

$$\begin{aligned} t &= t_0 + \beta\tau I \\ t &= t_0 + \beta E \end{aligned} \tag{2.26}$$

Onde t_0 é a transmissão sem nenhuma exposição, β é um parâmetro relacionado com a sensibilidade da placa holográfica (matérias fotossensíveis diferentes, têm sensibilidades diferentes). τ é o tempo de exposição e I a intensidade da luz incidente.

$$\begin{aligned} t &= t_0 + \beta E \\ &= t_0 + \beta(\tau I) \\ &= t_0 + \beta\tau(R^2 + O^2 + RO^* + OR^*) \\ &= t_0 + \beta\tau R^2 + \beta\tau O^2 + \beta\tau RO^* + \beta\tau OR^* \end{aligned} \tag{2.27}$$

O termo E descreve a densidade da energia da luz, isto é, a exposição. A equação demonstra que a fase e a amplitude da luz do objecto são gravadas na placa fotossensível. A amplitude da luz do objecto vai modelar a opacidade da placa e a fase vai modelar a distância entre franjas.

2.4.2 Reconstrução da imagem

A reconstrução de um holograma consiste em iluminar a placa fotossensível com uma luz igual ou semelhante à luz de referência usada no processo de gravação. Essa luz ao colidir com a rede de franjas do holograma vai sofrer um desvio, isto é, vai sofrer do fenómeno de difracção.

Cada ponto transparente do holograma, quando iluminado, vai gerar um minúsculo ponto de luz. A luz emitida por estes pontos, à medida que se afasta do holograma, vai sofrer do fenómeno de interferência por causa da luz dos outros pontos. Esta cadeia de interferências produz zonas onde a luz é mais intensa e outras onde existe ausência de luz (por causa da interferência construtiva e interferência destrutiva respectivamente). As zonas onde a luz é mais intensa têm o nome de zonas de difracção.

A luz difractada pelo holograma vai formar três ordens de difracção, uma de ordem 0 e duas de primeira ordem. Nas difracções de primeira ordem é formada uma imagem tridimensional do objecto que foi iluminado no processo de gravação. A imagem criada tem todas as pistas visuais, mas a qualidade do objecto está directamente relacionada com o tamanho da placa holográfica. A imagem da primeira ordem de difracção vai apresentar um comportamento ortoscópico, isto é, correcta noção de profundidade e vai surgir no local onde estava o objecto físico na altura da gravação do holograma. Esta imagem também tem o nome de imagem virtual porque a luz não está a convergir para a frente do holograma de forma a criar uma imagem real. Observar esta imagem é idêntico a olhar para uma janela e ver um objecto atrás dessa janela.

A outra imagem (ordem de difracção -1) terá um comportamento pseudoscópico, onde a noção de profundidade está invertida. Esta imagem é mais difícil de se observar devido ao facto de surgir à frente do holograma. Devido ao facto da luz convergir para um ponto, um observador que consiga captar essa luz vai ter uma sensação que está a olhar para uma

janela e o objecto surge antes dessa janela. Esta imagem também tem o nome de imagem real.

Uma característica única da holografia é que mesmo o holograma esteja partido a metade, ainda é possível reconstruir a imagem contida no holograma. Porém a qualidade da imagem é reduzida.

2.4.3 Descrição matemática

O processo de reconstrução da imagem de um holograma consiste no resultado da modelação u da onda de referência R pela transmissão do holograma τ . O holograma basicamente vai actuar como um filtro à onda de referência.

$$u = R * \tau \quad (2.28)$$

Ao relacionar as fórmulas 2.28 e 2.27, obtém-se uma expressão que descreve o efeito do holograma na luz de referência:

$$\begin{aligned} u &= R * \tau \\ u &= R(t_0 + \beta\tau R^2 + \beta\tau O^2 + \beta\tau RO^* + \beta\tau OR^*) \\ u &= (t_0 + \beta\tau R^2)R + \beta\tau RO^2 \\ &\quad + \beta\tau R^2O \\ &\quad + \beta\tau R^2O^* \end{aligned} \quad (2.29)$$

A soma da expressão anterior pode ser dividida em três partes. Cada uma destas partes é responsável por uma das três ordens de difracção. A primeira parte $((t_0 + \beta\tau R^2)R + \beta\tau RO^2)$ é responsável pela difracção de ordem zero. O primeiro termo da soma da primeira $((t_0 + \beta\tau R^2)R)$ parte é basicamente a luz de referência com uma atenuação $(\beta\tau)$. O segundo termo da soma da primeira parte $(\beta\tau RO^2)$ sofre uma ligeira difracção por causa do O^2 . Esta ligeira difracção é visível através da aura que surge em volta da luz de difracção de ordem 0. A segunda parte $(\beta\tau R^2O)$ está ligada à ordem de difracção +1. Esta parte é a mais importante porque reconstrói na perfeição a imagem contida no holograma. A terceira e última parte $(\beta\tau R^2O^*)$, é responsável pela ordem de difracção -1. A imagem desta ordem de difracção encontra-se invertida devido ao facto da onda do objecto estar conjugada.

Capítulo 3

Holografia gerada por computador

Uma forma alternativa de criar um holograma é com o auxílio de um computador. Um holograma gerado por computador (HGC) não necessita de equipamentos ópticos como no caso da holografia convencional. Todas as componentes do processo de síntese e gravação do holograma são efectuadas usando simulações digitais.

Com o advento da produção industrial de computadores na década de 60, deu-se um passo em direcção ao mundo digital. Em 1966 o conceito de holografia gerada por computador foi criado pelas mãos de dois cientistas, Adolf Lohmann e Byron Brown [Brown and Lohmann, 1966]. Lohmann e Brown usaram a teoria da difracção de Fraunhofer para simular a propagação da amplitude e da fase da luz refractada por um objecto. Outros trabalhos se seguiram, como o de Waters [Waters, 1966], que criava um holograma gerado por computador baseado na ideia que um objecto pode ser decomposto em pequenos pontos de luz. As técnicas desta altura eram severamente limitadas por causa das capacidades dos computadores. O poder de processamento era bastante baixo e a memória muito reduzida, o que conduzia os algoritmos de criação de um holograma a demorar um tempo muito considerável na sua execução.

Em 1971, Yoshiki Ichioka, Masaharu Izumi e Tatsuro Suzuki [Slinger et al., 2005] reduziram o tempo de criação de um holograma com uma técnica engenhosa à qual lhe deram o nome de “ping pong”. A técnica consistia em dividir o objecto em planos paralelos ao plano do holograma e calcular a propagação desde o plano mais afastado do holograma até ao plano do holograma. A propagação da luz começa no plano mais afastado (plano A) e vai propagar

até ao segundo plano mais afastado (plano B) do holograma. No plano B, o algoritmo vai aplicar uma operação de oclusão de modo que as partes que o plano B tapa do plano A vão ser substituídas pela luz existente no plano B. O algoritmo continua, mas desta vez a luz que é propagada desde o plano B, até ao plano seguinte (plano C, o terceiro plano mais longe do plano do holograma) é a junção da propagação do plano A mais a luz existente no plano B. O algoritmo termina ao chegar ao plano do holograma e essa última propagação é o holograma.

Um método que envolvia a aquisição de diferentes pontos de vista foi sugerido por Toyohiko Yatagai e Hiroyoshi Saito em 1979[Rosen and Abookasis, 2005]. Este método teve como base um trabalho anterior de George e McCrickerd onde criaram o primeiro estereograma holográfico. Este tipo de hologramas consegue que cada olho humano receba uma perspectiva ligeiramente diferente do objecto. Esta técnica de criar um holograma cria a noção de profundidade através do efeito estereoscópico. Porém, a qualidade deste tipo de hologramas está directamente relacionada com o número de pontos de vista codificados no estereograma (quantos maior os número de pontos de vista, maior qualidade terá o holograma e menor será as discontinuidades na transição entre vistas).

Estes últimos eventos alavancaram a pesquisa e publicações até inícios da década de 80, mas o poder computacional da altura dificultou a pesquisa. Os avanços tecnológicos não conseguiam dar resposta aos desafios que a holografia gerada por computador impunha. Apenas na década de 90, com a chegada de novas tecnologias e computadores mais potentes, a holografia digital ganhou novo fôlego. Tarefas que duravam horas ou até mesmo dias na década de 70 podiam agora ser feitas em segundos. Outro passo importante foi a possibilidade de digitalizar o processo óptico de interferência sem recorrer a processos fotoquímicos. Era possível capturar um holograma óptico através de um sensor foto eléctrico de alta resolução em tempo real.

Com a evolução da tecnologia e o poder computacional a aumentar de ano para ano, os hologramas eram criados cada vez mais depressa e com mais qualidade. Esta evolução começa a despertar o interesse em algoritmos capazes de criar vídeo em tempo real [Lucente, 1995]. Mark Lucente é um dos pioneiros na área de criar hologramas em tempo real. Lucente criou um método denominado computação de difracção específica (diffraction-specific computation), em que apenas é considerado a difracção que ocorre no processo de reconstrução da imagem holográfica e pondo de parte a interferência.

O uso de HGCs tem algumas vantagens sobre os hologramas obtidos opticamente. É possível criar hologramas de objectos não reais e de objectos que não satisfaçam os requisitos impostos por sistemas holográficos ópticos (Ex: objectos em movimento, objectos de grandes dimensões, etc.).

As possibilidades dos hologramas gerados por computador são imensas. Mesmo tendo mais de quatro décadas de desenvolvimentos[Benton and Bove, 2008] existe espaço para novas evoluções e estudos. A importância da HGC na holografia tem crescido nos últimos anos, sendo já uma área distinta dentro da holografia[Ackermann and Eichler, 2007].

3.1 Paralaxe vertical e paralaxe horizontal

Criar um holograma com paralaxe horizontal e vertical (paralaxe total) implica um grande esforço a nível de memória e de poder de processamento[Lucente, 1995]. O tempo de síntese de todas as vistas também sofre um grande aumento[Klug et al., 1997].

Para atenuar os recursos necessários no processo de gerar um holograma digital, recorre-se ao corte de uma das paralaxes. Como os seres humanos têm os olhos alinhados horizontalmente, a perda da paralaxe horizontal em relação à perda da paralaxe vertical é mais prejudicial. Portanto, é comum num HGC descartar a paralaxe vertical. Porém existe um decréscimo de qualidade da imagem reconstruída. A imagem vai apresentar um ligeiro desfoque, obriga a ter de ser observado de uma certa posição e ter uma diminuição da resolução espacial na direcção vertical.

Os hologramas que só têm paralaxe horizontal são compostos por um conjunto de N hologramas de uma dimensão, sobrepostos verticalmente uns sobre os outros. Cada linha holográfica, ou *hololine*, quando é iluminada por uma luz reconstrói uma fatia do volume da imagem tridimensional. Para uma visualização correcta é necessário direccionar verticalmente a difracção da luz para uma única linha de visualização. Porém, os utilizadores só poderão observar a imagem tridimensional a uma certa altura e distância do holograma.

3.2 Gerar um holograma

Criar um HGC consiste em calcular um padrão de interferência que difracte a luz de forma a criar um objecto virtual tridimensional quando o utilizador o observa. Isto é feito através do cálculo da intensidade resultante da amplitude complexa da onda de luz do objecto virtual no plano do holograma digital. O holograma digital é apenas uma estrutura de dados, composta por um plano bidimensional de pontos. Para cada um destes pontos é preciso calcular a intensidade correspondente.

Os algoritmos da holografia gerada por computador podem ser agrupados em dois grandes grupos:

- **Técnicas com base na física:** Construir hologramas onde recriem todos os fenómenos implícitos na criação de um holograma óptico. São hologramas com muito boa qualidade e satisfazem todas as pistas de profundidade que o sistema visual humano é sensível.
- **Técnicas com base em estereogramas:** São hologramas que juntam vantagens de dois mundos, holografia e fotografia [Olsen, 1996]. Esta combinação resulta da captura de diversas fotografias de uma cena (ou objecto) em posições diferentes. As imagens são depois processadas e organizadas num holograma de forma que a difracção da luz reconstrua as imagens nos mesmos locais onde foram capturadas. O processo de colocar as imagens no holograma consiste em agrupar o mesmo pixel de cada imagem (por exemplo, o pixel do canto superior esquerdo de cada imagem) numa estrutura de difracção própria de forma a criar um holograma por pixel, designado por *hogel* [Benton and Bove, 2008]. Este tipo de holograma tende a ser aplicado em holografia em tempo real e interactiva. Porém, como os dados de entrada são imagens bidimensionais, certas pistas de profundidade são perdidas.

Os dados de entrada dos algoritmos de construção de um holograma podem ser de dois tipos, reais ou virtuais. Se os dados forem reais, tem-se de recorrer à fotografia. O uso da fotografia como método de recolha de informação tem um problema, parte das pistas de profundidade são perdidas. Se os dados forem virtuais, recorre-se a programas de modelação tridimensional ou ferramentas CAD. Alguns algoritmos (técnicas com base na física) têm como entrada de dados, informações tridimensionais do mundo, assim todos os dados do mundo (modelo tridimensional) é fornecido ao algoritmo. Desta forma todas as

pistas de profundidade vão estar acessíveis ao algoritmo. Nos casos em que o algoritmo aceite imagens como dados de entrada (técnicas com base em estereografia), é necessário simular a captura de fotografias (sintetizar vistas) do mundo virtual.

3.2.1 Técnicas com base na física

As técnicas com base na física produzem padrões de interferência semelhantes aos padrões criados opticamente. O processo começa por decompor a cena tridimensional em primitivas que se vão situar nas arestas e/ou superfícies dos objectos da cena[Benton and Bove, 2008]. Na figura 3.1 está ilustrado um objecto decomposto em pontos. Estas primitivas são pontos de luz independentes e a sua interferência com a onda de referência tem de ser calculada.

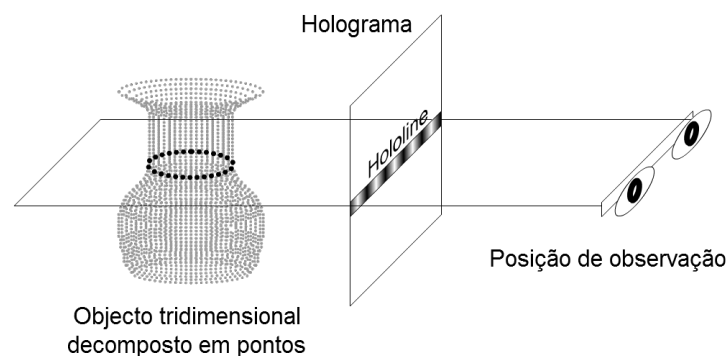


Figura 3.1: Captura da interferência de uma fatia do objecto e a posição correcta para observar a difracção de um hololite.

Um holograma óptico, com paralaxe total, boa qualidade e uma área de 10000mm^2 pode ter mais de 100 mil milhões de grãos (pontos fotossensíveis na placa holográfica)[Ackermann and Eichler, 2007]. Um HGC com a mesma qualidade teria de ter uma estrutura de dados com 100 mil milhões de pontos. O facto de a cena ter de ser decomposta em pontos de luz, aumenta mais a complexidade dos cálculos e a memória necessária. Se uma cena for decomposta em 100 mil pontos de luz, significa que cada ponto no holograma tem de calcular a sua interferência com base num somatório de interferências dos pontos de luz do holograma. No total são precisos 1000 biliões de somatórios para calcular a interferência no holograma. Os números são colossais, tais como os requisitos computacionais. Calcular um HGC com base na física é um processo que demora horas, dias, ou até mesmo semanas.

Uma forma de reduzir os cálculos é através do corte da paralaxe vertical, sendo apenas necessário calcular a interferência para cada *hololine*[Benton and Bove, 2008]. Num HGC onde não existe dependência do tempo, não existe atenuação da amplitude da luz, a luz tem a mesma polarização e tem um ângulo de incidência, o campo de radiação de uma onda plana num ponto é dado por:

$$E_{pl} = E_{pl_0} e^{-ik((x \sin \theta_r + z \cos \theta_r) - \phi_0)} \quad (3.1)$$

A onda E_{pl} é a simulação de uma onda de referência, onde E_{pl_0} é a amplitude da onda, k é o número de onda, ϕ_0 é uma fase arbitrária e θ_r o ângulo de incidência da luz no plano do holograma. O campo de radiação esférico emitido por um único ponto de luz é dado por:

$$E_{esf} = E_{esf_0} e^{-ik((x-x_0)^2 + (z-z_0)^2 - \phi_0)} \quad (3.2)$$

Onde E_{esf_0} é a amplitude da onda e ϕ_0 é a fase inicial (muitas vezes este valor é gerado aleatoriamente entre 0 e 2π). A onda de luz de um objecto é composta pela radiação de N pontos de luz, assim a construção da onda do objecto é feita com o somatório de N ondas esféricas:

$$E_{obj} = \sum_{i=1}^N E_{esf_i}(x, z) \quad (3.3)$$

Desta forma, resta apenas calcular a intensidade da luz no plano do holograma:

$$I(x, z) = |E_{obj} + E_{ref}|^2 \quad (3.4)$$

Com a holografia gerada por computador é possível direccionar os esforços de computação e melhorar a imagem tridimensional reconstruída por este holograma[Benton and Bove, 2008]. A interferência pode ser decomposta em três termos:

$$\begin{aligned} I(x, z) &= |E_{obj} + E_{ref}|^2 \\ &= |E_{obj}|^2 + |E_{ref}|^2 + 2Re\{E_{obj}E_{ref}^*\} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Estes três termos têm particularidades específicas no processo de reconstrução do holograma[Benton and Bove, 2008]. O primeiro termo $|E_{obj}|^2$ da fórmula 3.5 é resultante da

interferência entre os pontos de luz do objecto. Este termo introduz aos HGCs artefactos quando a imagem é reconstruída. O termo $|E_{ref}|^2$ cria um ligeiro aumento da intensidade do holograma. Na holografia óptica pode-se jogar com os termos A e B, atenuando a onda de referência ou atenuando a onda do objecto de forma que a imagem reconstruída tenha melhor qualidade. O último termo $2Re\{E_{obj}E_{ref}^*\}$ (onde Re significa a parte real) contém a informação necessária para reconstruir a imagem do holograma. Este termo descreve perfeitamente as franjas de interferência entre a onda de referência e a onda do objecto. Desta forma os termos A e B podem ser descartados:

$$I(x, z) \cong 2Re\{E_{obj}E_{ref}^*\} = 2Re\left\{\sum_{i=1}^N E_{esf_i}E_{pl}^*\right\} \quad (3.6)$$

Este algoritmo foi dos primeiros desenvolvidos para a holografia digital. São hologramas que primam pela qualidade nas imagens tridimensionais que conseguem recriar ao utilizador. Existe uma relação proporcional com o tempo de geração e a qualidade do holograma. O facto de demorar muito tempo a gerar um único holograma praticamente impossibilita a criação de vídeo holográfico e interactividade.

3.2.2 Técnicas com base em estereogramas

As técnicas de holografia estereográfica (HE) procuram formas de agilizar os cálculos para que o processo de gerar um holograma seja o mais rápido possível [Benton and Bove, 2008] [Lucente, 1997]. Num HGC de simulação física, a cena virtual tridimensional precisa de um pré tratamento para decompor a cena em pontos de luz. No caso da HE não é necessário decompor a cena em pontos de luz porque os dados de entrada são imagens bidimensionais. O facto de usar imagens como *input* implica que nem todas as pistas de profundidade vão ser reconstruídas quando o utilizador observar o holograma, mas ao mesmo tempo simplifica o uso de texturas e materiais[Benton and Bove, 2008]. A qualidade da imagem reconstruída por HE é ligeiramente inferior à imagem reconstruída por um HGC de simulação física e a paralaxe é mais grosseira porque existem “saltos” na imagem quando o utilizador se move para outro ponto de vista[Benton and Bove, 2008]. Porém, tem a vantagem de se poder utilizar fotografias do mundo real. A HE é a única forma de se conseguir criar um holograma, com paralaxe, fora de um ambiente controlado.

O tamanho de um holograma estereográfico é significativamente mais pequeno que um holograma com a mesma qualidade baseado na física. Uma forma de reduzir ainda mais o tamanho, e ao mesmo tempo o período de geração, é através do corte da paralaxe vertical, desta forma mais de metade das vistas necessárias são descartadas.

Uma técnica de HE é a *diffraction-specific computation* (DSC) desenvolvida por Mark Lucente em 1994/1995 [Lucente, 1995]. Esta técnica consegue obter óptimos resultados em termos de velocidade, sendo uma das técnicas capazes de gerar vídeo holográfico. Na DSC, as franjas de um holograma com paralaxe horizontal são geradas considerando apenas o processo de difracção que cria a imagem. Por outras palavras, é uma técnica que cria as franjas através de uma imitação inversa da difracção [Lucente, 1995].

Se a cena tridimensional não se altera significativamente ao longo do tempo, com a DSC pode-se pré-calcular um conjunto de primitivas de difracção. Desta forma, os hologramas que se seguem só precisam de capturar as imagens de cada vista e combinar com as primitivas de difracção. Estas primitivas têm o nome de *basis fringes* e estas contêm a informação necessária para a luz ser difractada numa certa direcção. Em geral, uma *basis fringe* está associada a um ponto de vista, mas podem ser associadas de outras formas [Benton and Bove, 2008].

A resolução vertical de um holograma com DSC é igual ao número de *hololines* e a resolução horizontal igual à resolução de uma *basis fringe* vezes o comprimento das vistas. O holograma ao longo das linhas horizontais está decomposto em pequenos pedaços chamados de *hogels*. Cada *hogel* tem a mesma resolução que uma *basis fringe*. Os *hogels*, quando iluminados, têm a tarefa de projectar um conjunto de píxeis da imagem holográfica numa determinada direcção ou em várias direcções. Na figura 3.2, é possível observar a relação que existe nos tamanhos dos componentes.

Para maximizar a qualidade da imagem tridimensional, as *basis fringes* têm de ser criadas de forma a satisfazerem um conjunto de restrições espaciais e espectrais [Benton and Bove, 2008]. As restrições espectrais são as mais importantes e são escolhidas para satisfazerem uma desejada difracção. Para gerar um *output* otimizado para os humanos, um HE DSC tem de ter restrições adequadas. Más restrições podem implicar que o holograma contenha mais informação do que o sistema visual humano consegue captar ou pode retirar detalhes que podiam estar na imagem reconstruída. Para assegurar que o estereograma apenas mostra aquilo que um humano consegue ver, um *hogel* tem de aparentar ser um ponto a olho nu a uma dada distância D_v .

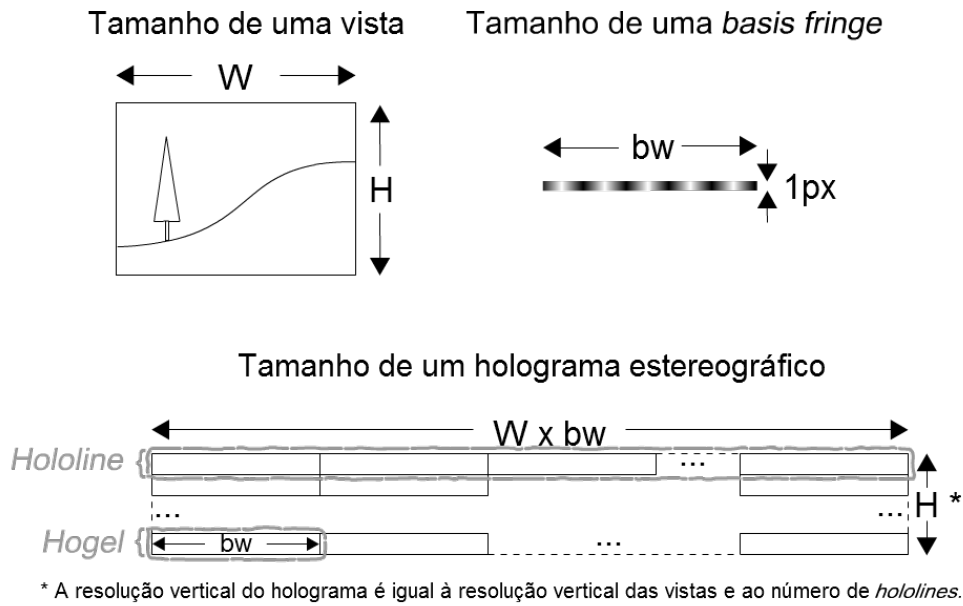


Figura 3.2: Tamanho dos componentes de um estereograma holográfico.

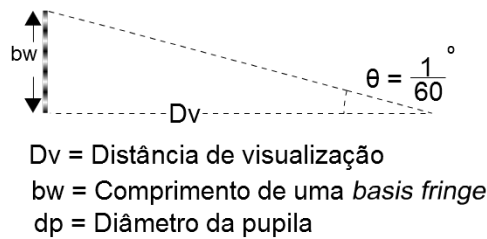


Figura 3.3: Tamanho de uma *basis fringe hogel*.

O sistema visual humano consegue diferenciar dois pontos se estes tiverem afastado num ângulo superior 1/60 graus (ângulo formado pelos vectores ponto A, olho e ponto B, olho) [Lucente, 1995] (ver figura 3.3). Desta forma, todos os *hogels* têm de ter um comprimento inferior a:

$$bw = D_v \tan \frac{1}{60}^\circ \quad (3.7)$$

A amostragem tem de satisfazer o limite de Nyquist, isto é, a amostragem de uma frequência deve ser o dobro da mais alta frequência espacial.

$$f_{max} = \frac{1}{2bw} \quad (3.8)$$

Esse tipo de amostragem pode ser feito durante a captura das imagens de paralaxe, usando uma câmara real ou virtual, com uma abertura de pelo menos $2bw$ de diâmetro.

Para determinar o incremento espacial máximo Δf para cada uma das *basis fringes* é necessário recorrer ao tamanho da pupila humana, à equação 2.25 e ao ângulo em que a luz vai incidir no HE (neste caso, será 0°).

$$\begin{aligned}
 \Delta f \lambda &= \sin \theta_{out} - \sin \theta_{in} \\
 \Delta f \lambda &= \sin \theta_{out} - 0 \\
 \Delta f &= \frac{\sin \theta_{out}}{\lambda} \\
 \Delta f &= \frac{dp}{\lambda} \\
 \Delta f &= \frac{dp}{\lambda Dv} \tag{3.9}
 \end{aligned}$$

Geralmente não existem restrições na fase espacial, mas restringir as pontas de cada *basis fringe* permite diminuir as discontinuidades na fase na transição entre cada *hogel*. Normalmente o cálculo de uma *basis fringe* é demorado, mas apenas são calculadas uma vez antes do primeiro HE. As *basis fringes* podem ser calculadas através de dois métodos iterativos, restrições iterativas (*iterative constraint method*) ou por uma abordagem de arrefecimento simulado (*novel simulated annealing approach*).

Para construir um HE, é necessária juntar as *basis fringes* com as vistas de paralaxe. Num HE com N_b *basis fringes* e N_v vistas ($N_b = N_v$), o mesmo pixel $p_{i,j}$ (onde i é a vista do pixel e j o índice do pixel) em todas as vistas vai multiplicar pela *basis fringe* correspondente a essa vista. No final, os resultados são todos somados formando o *hogel_j* (j é o índice do *hogel* que vai ser colocado no holograma).

$$h_j = \sum_{i=i}^{N_v} p_{i,j} b_i \quad (0 \leq j \leq W) \tag{3.10}$$

Quando o HE é iluminado, os diversos *hogels* vão difractar a luz e N_v imagens vão surgir nas direcções em que foram feitas as capturas.

3.3 Reconstrução da imagem do holograma

A reconstrução de um holograma é uma área distinta dentro da própria holografia digital. Para reconstruir a onda de luz do objecto é necessário simular a iluminação do holograma com a mesma onda de referência que foi utilizada no processo de geração do HGC. Para gravar um holograma que recrie o processo físico de interferência recorre-se à fórmula 2.18, no caso da reconstrução o processo necessita de simular a difracção da luz ao atravessar o plano do holograma. Portanto, a fim de reconstruir a onda do objecto digitalmente é necessário calcular o campo difractado pelo holograma quando existe um campo conhecido (luz de referência) que incide sobre o plano do holograma [Ozcan and Bayraktar, 2009].

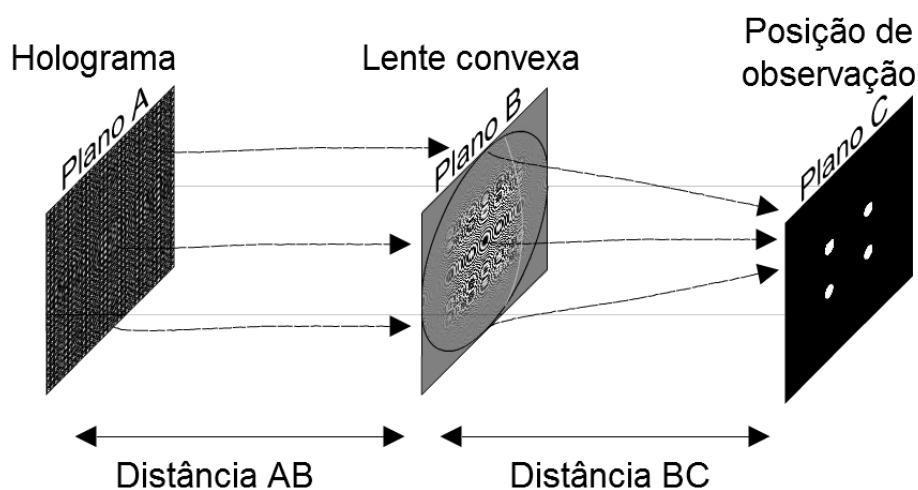


Figura 3.4: Processo de reconstrução da imagem de um holograma

Na reconstrução digital, duas simulações são importantes, a propagação da luz de um plano para outro e a simulação da luz a atravessar uma lente convexa. Na figura 3.4 está esquematizado as etapas do processo de reconstrução de um holograma. O processo de reconstrução está dividido em três etapas:

- Propagação da luz até ao plano do holograma para o plano da lente.
- Influência da lente na luz proveniente do holograma.
- Propagação da luz da lente até ao plano de visualização.

3.3.1 Propagação da luz

Quando a luz de referência atravessa o holograma nos locais transparentes, estes podem ser vistos como locais onde se vão formar pequenos pontos de luz e a luz destes pontos vai sofrer do fenómeno de difracção e propagar-se pelo espaço. A luz que parte de um plano e vai ao encontro de outro plano (ver figura 3.5) pode ser calculada de diversas formas [Ozcan and Bayraktar, 2009] [Schnars and Jueptner, 2005][Voelz, 2011], sendo uma delas feita com base no integral de difracção Rayleigh Sommerfeld. Este integral está descrito na equação 3.11.

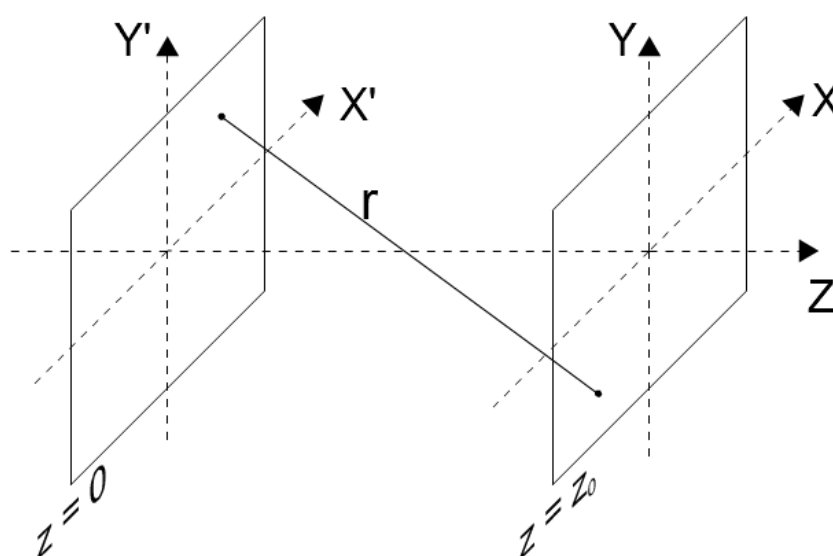


Figura 3.5: Simulação da propagação da luz

$$\mathbf{U}(x, y, z_0) = -\frac{1}{2\pi} \iint U(x', y', 0) \left(-ik - \frac{1}{r}\right) \frac{e^{-ikr}}{r} \frac{z_0}{r} dx', dy' \quad (3.11)$$

$$r = [(x - x')^2 + (y - y')^2 + Z_0^2]^{\frac{1}{2}}$$

Integral de difracção Rayleigh Sommerfeld.[Voelz, 2011]

Na equação 3.11, o termo $U(x', y', 0)$ é a amplitude complexa de um ponto que está no plano $Z = 0$. r é a distância entre um ponto no plano $Z = 0$ e um ponto no plano $Z = z_0$. A amplitude complexa de um ponto é multiplicada pelo termo $\left(-ik - \frac{1}{r}\right) \frac{e^{-ikr}}{r} \frac{z_0}{r}$ denominado kernel de Rayleigh-Sommerfeld.

Para simular a propagação da luz de um plano para outro é necessário discretizar o integral.

Um plano formado por $N \times M$ pontos, onde existe uma distância Δ entre pontos permite discretizar o integral na seguinte expressão:

$$\mathbf{U}(p, q) = -\frac{1}{2\pi} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} U[m, n] K[p - m, q - n] \quad (3.12)$$

$$k[p, q] = \left(-ik - \frac{1}{r}\right) \frac{e^{-ikr}}{r} \frac{z_0}{r}$$

$$r = [(p\Delta')^2 + (q\Delta)^2 + Z_0^2]$$

K é a discretização do kernel Rayleigh-Sommerfeld. Para validar a discretização é necessário testar os pontos extremos para saber se estão dentro do intervalo de discretização:

$$\text{mínimo} \quad (3.13)$$

$$k : [p - m, q - n]$$

$$[0 - (M - 1), 0 - (N - 1)]$$

$$[-M + 1, -N + 1]$$

$$\text{máximo} \quad (3.14)$$

$$k : [p - m, q - n]$$

$$[(M - 1) - 0, (N - 1) - 0]$$

$$[M - 1, M - 1]$$

Torna-se claro que a imagem do kernel precisa de ter um tamanho de $(2M - 1) \times (2N - 1)$ pontos. Como o plano inicial tem $N \times M$ pontos, é necessário acrescentar pontos até chegar ao tamanho de $(2M - 1) \times (2N - 1)$ pontos. Para evitar o fenómeno de *aliasing*, os pontos que são acrescentados devem ter o valor de zero e são acrescentados como mostra a figura 3.6.

$$\mathbf{U}(p, q) = -\frac{1}{2\pi} \sum_{m=0}^{2M-2} \sum_{n=0}^{2N-2} U[m, n] K[p - m, q - n] \quad (3.15)$$

O cálculo pode ser acelerado utilizando a técnica de convolução (do inglês *convolution approach*). Esta abordagem permite agilizar os cálculos através do uso de transformadas de Fourier. Esta transformada tem uma função equivalente que permite um cálculo mais

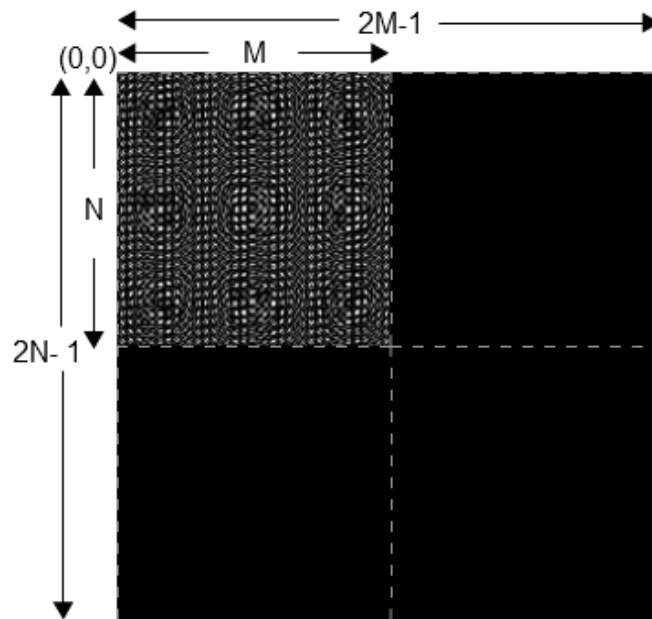


Figura 3.6: Incremento do plano inicial para ficar com o mesmo tamanho do plano do kernel

rápido e eficiente. Esta função equivalente tem o nome de *Fast Fourier Transform*.

$$\mathbf{U}(p, q) = -\frac{1}{2\pi} \mathbf{IDFT}\{\mathbf{DFT}(U) \odot \mathbf{DFT}(K)\} \quad (3.16)$$

A expressão **DFT** significa a transformada discreta de Fourier, **IDFT** é a transformada inversa discreta de Fourier e \odot é uma multiplicação ponto a ponto.

3.3.2 Lentes

A simulação de uma lente convexa é feita com base no princípio que um obstáculo transparente atrasa a luz em comparação com a propagação da luz no vácuo [Hanak, 2009]. Uma lente é um objecto com uma forma específica que permite controlar o atraso da luz. Uma das lentes mais simuladas é a lente fina (do inglês *thin lens*) e esta apenas altera a fase da luz.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d} * \frac{1}{d'} \quad (3.17)$$

O termo d e d' correspondem a distâncias e f é a distância focal da lente. d é a distância

para o plano que está antes da lente e d' para o plano que está depois da lente (ver figura 3.7). Independentemente da posição de um ponto x num plano antes da lente, a interferência construtiva vai acontecer num plano à frente da lente, num determinado ponto x' .

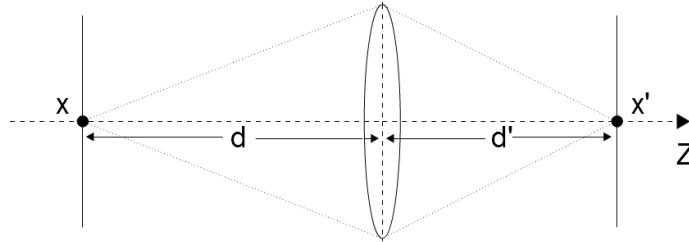


Figura 3.7: Influência de uma lente.

A luz ao viajar desde o ponto x até à lente vai sofrer um desfasamento dado por kr . A luz que parte da lente sofre outro desfasamento de valor kr' quando chega ao ponto x' . A distância entre x e um ponto na lente é dada por r e a distância entre um ponto da lente e o ponto x' é dada por r' . Desta forma, a lente vai ter o seguinte comportamento:

$$L(x', y') = e^{-ik((r^2+x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}+(r'^2+x^2+y^2)^{\frac{1}{2}})} \quad (3.18)$$

Para simular efeito de uma lente na luz que a atravessa, recorre-se à expressão: $\mathbf{U}L = \mathbf{U} \odot L$, onde \odot significa uma multiplicação ponto a ponto e $\mathbf{U}L$ a luz com o desfasamento imposto pela lente.

Capítulo 4

Pipeline

Para o âmbito desta dissertação, foi desenvolvido um *pipeline* básico de criação de hologramas e a sua reconstrução. De todas as técnicas investigadas, a que despertou mais interesse foi a holografia estereográfica (HE), nomeadamente a *diffraction specific computation* (DSC) de Mark Lucente. A escolha desta técnica foi feita com base nos seguintes factores:

- O cálculo de estereogramas é muito mais rápido do que o cálculo de hologramas que modelam fisicamente o fenómeno da interferência. Uma vez que um dos objectivos deste grupo é estudar a Holografia Digital Interactiva, a HE constitui-se como um ponto de partida apropriado.
- A HE é uma técnica que servido de inspiração a vários algoritmos mais sofisticados [Plesniak et al., 2006] [Kartch, 2000]. O algoritmo DSC é apropriado para iniciar estudos nesta área.
- É grande a probabilidade que futuros equipamentos de captura de hologramas sejam baseados em matrizes de câmaras; este é precisamente o princípio da HE (os dados de entrada são imagens sintetizadas a partir de diferentes pontos de vista), pelo que a selecção desta classe de algoritmos não deverá comprometer desenvolvimentos futuros.

Para a fase reconstrução da imagem do holograma, a escolha recaiu sobre o integral de difracção Rayleigh-Summerfeld. A opção desta técnica foi feita com base nos seguintes factores:

- A expressão Rayleigh-Sommerfeld é uma das expressões mais precisas para simular o fenómeno de difracção da luz[Voelz, 2011].
- O facto de a expressão ser resolvida com um integral de convolução, permite o uso das transformadas rápidas de Fourier. O uso destas transformadas permite calcular a expressão muito mais rapidamente.
- Sugestão feita pelo professor Petr Lobaz da Universidade West Bohemia da República Checa, que visitou a Universidade do Minho em Dezembro de 2011 e funcionou como consultor na fase final desta dissertação.

4.1 Construção do Estereograma Holográfico

A técnica de HE desenvolvida por Lucente pode ser dividida em três fases:

- Captura das vistas de paralaxe.
- Calcular as *basis fringes*.
- Montar o holograma estereográfico.

4.1.1 Captura das vistas de paralaxe

Uma cena real emite um campo de luz contínuo. Para efeitos da HGC é necessário amostrar de forma discreta este campo de luz, isto é, restringir o número de pontos de vista a partir dos quais são sintetizadas imagens usadas para calcular o holograma. Optou-se neste trabalho, à semelhança do que fez Lucente, por ignorar a paralaxe vertical, e obter um número finito N de imagens alinhadas ao longo de uma linha horizontal. O tipo de câmara necessário para capturar as vistas de paralaxe que os HE usam é ligeiramente diferente do convencional. A lente da câmara deve conseguir mover-se sobre o sensor fotoelétrico, de forma que o plano de foco da imagem fique sempre centrado na imagem capturada. Este tipo de câmara é obrigatória para a HE, para que o ponto do meio do plano da primeira imagem seja o mesmo ponto nas imagens das paralaxes seguintes. A figura 4.1 esquematiza o comportamento que a câmara deve ter no processo de captura.

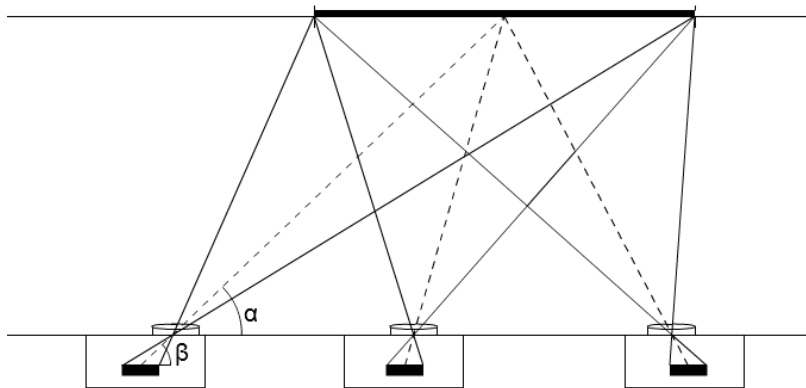


Figura 4.1: Configuração para o processo de captura das imagens para um holograma estereográfico.

Os ângulos α e β (ver figura 4.1) devem ter o mesmo valor para assegurar a centralidade do ponto do meio do plano de foco da imagem em todas as imagens capturadas. O plano da câmara e o plano de foco da imagem devem estar sempre paralelos ao longo do processo de captura, para que não ocorram distorções na imagem. As lentes da câmara devem ser as mais largas possíveis, para que as imagens não sofram do efeito de vinheta.

A forma mais fácil de criar imagens com estas características é através de mundos virtuais e câmaras virtuais. Uma pequena cena tridimensional foi desenvolvida com o auxílio de um programa de modelação (figura 4.2). A cena era apenas constituída por primitivas e materiais simples.

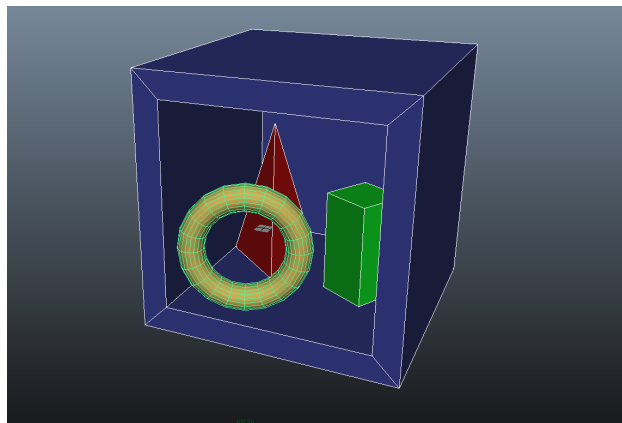


Figura 4.2: Modelo da cena tridimensional.

A sintetização das vistas de paralaxe foi efectuada com o auxílio do motor gráfico Ogre. Foi

montado uma configuração onde a câmara se move de posição para posição. A câmara é colocada numa posição específica, conforme uma prescrição onde foi tido em conta o ângulo de visibilidade e o número de vistas desejadas.

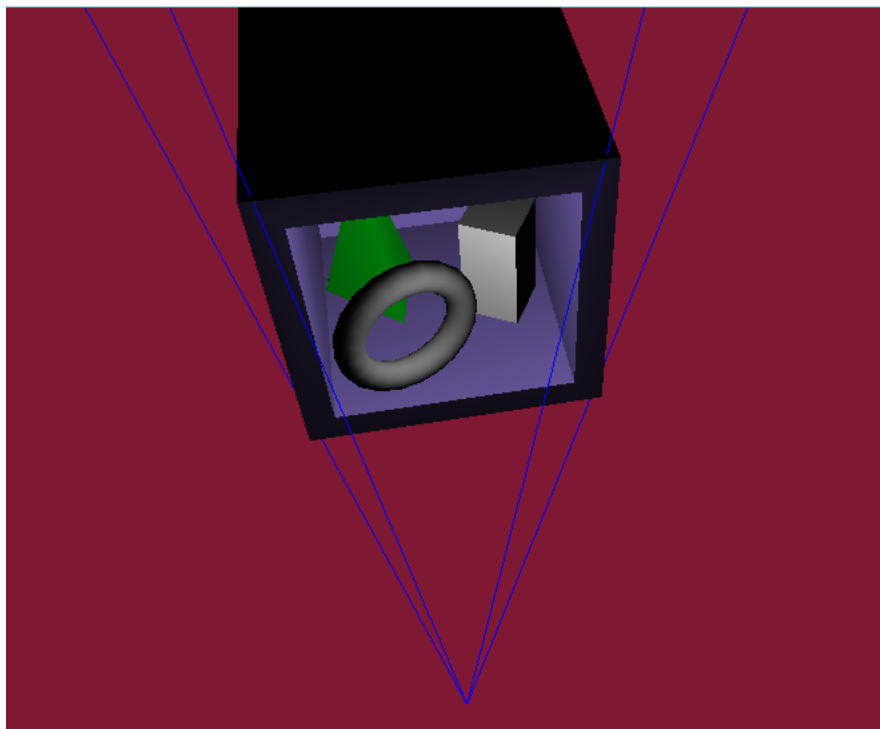


Figura 4.3: Sintetização das imagens com o motor gráfico Ogre. A pirâmide azul é o volume de visualização da câmara.

Em cada imagem o volume de visualização é ajustado para cumprir o requisito de o plano de foco ficar sempre centrado na imagem sintetizada.

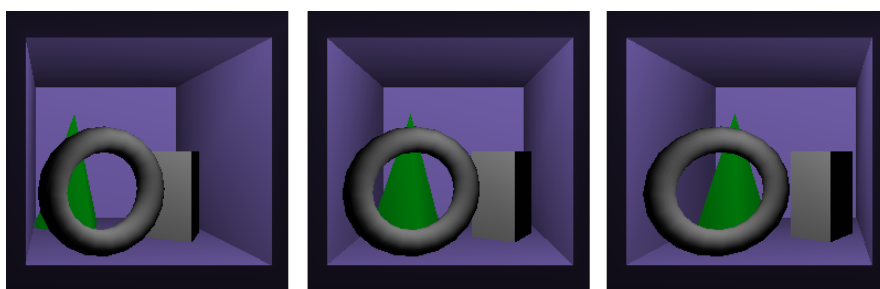


Figura 4.4: Três das imagens sintetizadas.

O algoritmo desenvolvido que permite criar uma câmara com as características que um holograma estereográfico impõe, pode ser resumido a:

```
distância = distância do plano da câmara ao plano de foco
anglo_v = intervalo de visualização
N = número de vistas

1°_anglo_v = -anglo_v / 2

for(i = 0; i < N; i++)
{
    p = ( x = Tangente(1°_anglo_v + (anglo_v / N * i )) * distância,
          y = 0.0,
          z = distância) )
    posições da câmara.adicionar(p)
}

metade_fov_y = câmara.fov.y / 2;
li = Seno(-halfPov) * câmara.posição.z;
ri = Seno( halfPov) * câmara.posição.z;

em_cada_frame()
{
    câmara.posição = posições da câmara.retirar primeira posição da lista
    d_m = câmara.frustum.distância_mínima
    c_x = câmara.posição.x
    c_z = câmara.posição.z
    câmara.frustum.esquerda = (d_m * (li - c_x)) / c_z
    câmara.frustum.direita = (d_m * (ri - c_x)) / c_z
    salvar imagem
}
```

4.1.2 Construir as *basis fringes*

Uma *basis fringes* é responsável por contribuir energia numa determinada zona do espectro e nenhuma em outros [Lucente, 1995] (figura 4.5). Isto significa que vai difractor a luz apenas em determinadas direcções. Cada *basis fringe* é composta por uma linha de N números complexos. A escolha do valor N tem de satisfazer o limite de Nyquist, de forma que a amostragem tenha pelo menos 0.5 ciclos por elemento (duas amostras por ciclo) [Lucente, 1995].



Figura 4.5: Espectro de uma *basis fringe*.

Lucente na sua tese descreve duas formas de gerar uma *basis fringe*:

- *Iterative constraints* - Através de um processo iterativo, uma *basis fringe* vai sofrendo restrições espectrais e espaciais a cada iteração. As restrições são prescritas antes do processo iterativo iniciar.
- *Simulated annealing* - Através de um processo iterativo, uma *basis fringe* vai sofrendo alterações aleatórias. A alteração é validada se essa alteração provoca uma aproximação à solução ideal. Se a alteração não faz aproximar ao resultado ideal, a alteração é descartada.

Ambos os processos têm um limite máximo de iterações. Na fase de escolha entre qual abordagem usar na criação das *basis fringe*, optou-se por aquela que não depende de um factor aleatório, a *Iterative constraints*.

Iterative constraints

O cálculo da zona onde as *basis fringes* têm de contribuir energia é feito com base na equação 2.25 e 3.9. Preferencialmente, o ângulo de difracção da luz de uma *basis fringe*, deve ser igual ao ângulo de captura da respectiva imagem.

O processo de criar uma *basis fringe* implica o uso de uma transformada de Fourier e uma transformada inversa de Fourier em cada iteração, de forma a aplicar alternadamente as restrições espaciais e as restrições espectrais.

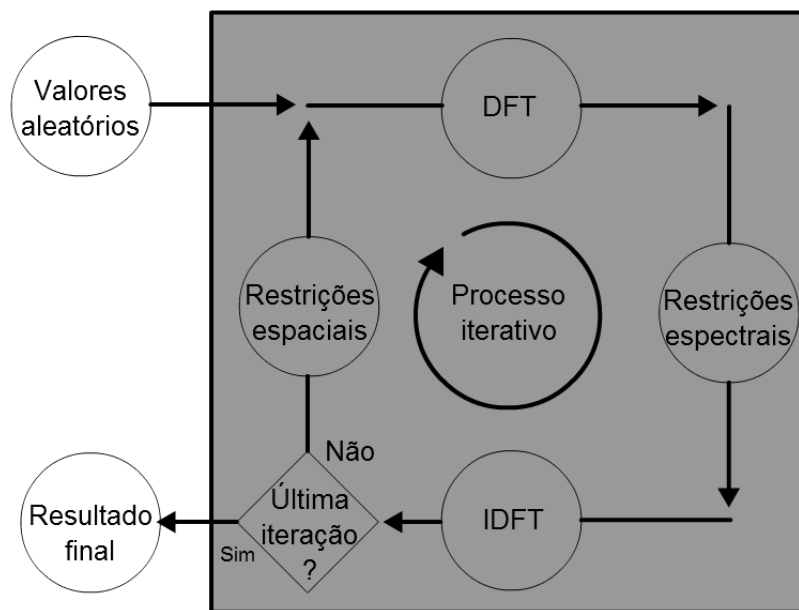


Figura 4.6: Processo de iteração do método *iterative constraints*.

Inicialmente a *basis fringe* é preenchida com valores aleatórios nos seus números complexos. Segue-se a aplicação da transformada de Fourier de forma a ser possível aplicar as restrições espectrais. As restrições espectrais consistem em que os números complexos dentro da região de influência tenham uma magnitude de 1.0 e para os pontos que estão fora, a magnitude seja de 0.0. É de seguida aplicada uma transformada inversa de Fourier para voltar ao domínio espacial. As restrições espaciais são aplicadas e estas consistem em que todos os números complexos da *basis fringe* tenham uma magnitude de 1.0. O processo é repetido até chegar à última iteração. Lucente diz que para um bom resultado, devem ser feitas cerca de 100 iterações [Lucente, 1995]. Na figura 4.6 está esquematizado todo o processo de criação de uma *basis fringe* através do método *iterative constraints*.

O algoritmo de criar uma *basis fringe* pode ser resumido a:

```
Calcular a região de influência com base no ângulo de difracção pretendido
Inicializar a basis fringe com valores aleatórios
For(iterações)
{
    Transformada de Fourier
    Aplicar restrições espectrais
    Transformada inversa de Fourier
    If(se não é a última iteração)
        Aplicar restrições espaciais
}
```

No final do processo, se a *basis fringe* for iluminada deve conseguir difractar a luz na direcção pretendida. A figura 4.7 apresenta a difracção que uma *basis fringe* provoca quando é colocada à frente de um ponto de luz.



Figura 4.7: Simulação da iluminação de uma *basis fringe*. Um ponto de luz é difractado formando as duas primeiras ordens de difracção.

4.1.3 Montar o Holograma Estereográfico

Quando as N vistas estão capturadas e as N *basis fringe* estão pré-calculadas, o processo de agregar a informação no holograma pode ser iniciado. Cada *hogel* é calculado através

de um somatório onde o mesmo pixel das N vistas, multiplica a respectiva *basis fringes* (equação 3.10).

Quando o holograma é iluminado, depois de ser montado, cada *hogel* envia N diferentes imagens para N diferentes direcções. As direcções devem ser as mesmas do processo de captura das imagens. Desta forma, a iluminação de um HE reconstrói uma onda onde é possível observar a imagem holográfica.

Um observador que se posicione na zona de visualização, vai receber em cada olho duas imagens distintas, obtendo assim o efeito tridimensional. É permitido ao utilizador mover-se horizontalmente (paralaxe horizontal) pela área de visualização de forma a conseguir obter a imagem através de outros pontos de vista.

4.2 Reconstrução do sinal original

A reconstrução digital da imagem contida num holograma é feita com base nas equações 3.13 e 3.18. O processo está dividido em três fases, propagação da luz desde o holograma até a uma lente, influência de uma lente na luz que a atravessa e propagação da luz desde a lente até ao local de visualização. A figura 4.8 esquematiza o processo de reconstrução.

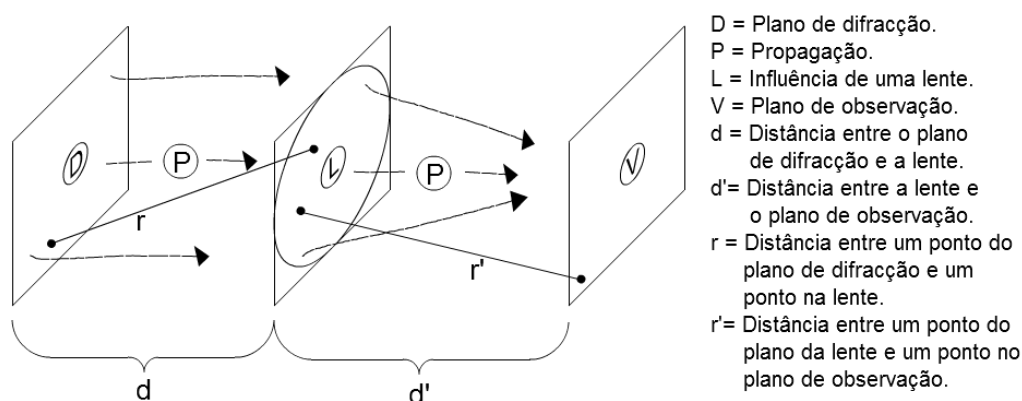


Figura 4.8: Esquema do processo de simulação da reconstrução de um holograma.

A simulação da propagação começa com o cálculo do kernel da equação 3.13. O processo pode ser acelerado porque o kernel é feito com quatro partes iguais e cada uma destas partes ocupa um dos quatro quadrantes (ver figura 4.9).

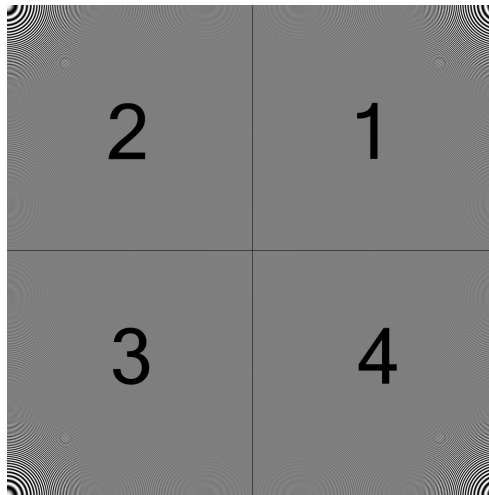


Figura 4.9: Imagem de um kernel e a repetição de pontos nos seus quatro quadrantes.

O cálculo é feito apenas para o primeiro quadrante e o seu resultado é copiado e colocado nos quadrantes 1, 3 e 4. Cada número complexo do segundo quadrante é feito com base na seguinte expressão:

$$e' = \left(-k - \frac{1}{r}\right) \frac{e^{-kr} d}{r} \frac{d}{r} \quad (4.1)$$

$$r = (\Delta x^2 + \Delta y^2 + d^2)^{\frac{1}{2}}$$

Onde e' é o número complexo do plano para onde se propaga a luz, r é a distância entre o plano de difracção e o plano para onde se desloca a luz, k é o número de onda e d a distância entre os dois planos paralelos. O plano que dá origem à propagação deve ser aumentado para que fique do mesmo tamanho do kernel. Esse aumento é feito com o acréscimo de números complexos, com magnitude 0, nos quadrantes 1, 3 e 4 (tal como é visível na figura ??).

Através da técnica de convolução, o processo de calcular a propagação pode ser acelerado com o uso das versões rápidas das transformadas de Fourier, normalmente designadas por FFT e IFFT.

$$\text{kernel}' = \text{FFT}(\text{kernel})$$

$$\text{campo}' = \text{FFT}(\text{campo})$$

O processo de convolução prossegue através de uma multiplicação ponto a ponto (**) do kernel' com o campo'

```
convolução = kernel' ** campo'
```

A convolução termina com uma transformada inversa de Fourier. Ao terminar a convolução, o cálculo da propagação fica concluído.

```
propagação = IDFT(convolução) / N° de pontos no plano
```

Para garantir que a imagem que chega ao plano de visualização está focada, é necessário simular a presença de uma lente entre o plano de visualização e o plano do holograma. Aplicar a função de uma lente é feito com base na equação 3.18.

O processo começa por calcular os valores dos números complexos do plano da lente. Os pontos que ficarem dentro da área da lente, vão calcular o seu valor com a equação 3.18. Os pontos que ficarem fora vão ter uma magnitude de 0.0.

```
if( ponto.posição < raio )  
    cálculo da função lente para o ponto  
else  
    ponto.real = 0  
    ponto.imaginário = 0
```

Depois de calculado o plano da lente é necessário fazer uma multiplicação ponto a ponto com a luz que incide no plano da lente. O resultado que sai dessa multiplicação é a simulação da luz que atravessa a lente.

A lente foca a luz a uma distância d' do plano da lente. É necessário novamente simular a propagação da luz que percorre a distância da lente até ao plano de visualização. O processo é igual à primeira propagação do holograma até à lente, só que desta vez os planos intervenientes são a lente e o plano de observação.

Para testar o algoritmo de reconstrução, foi desenvolvido em paralelo um algoritmo simples de gerar hologramas de pontos de luz. O algoritmo de gerar hologramas recebe como entrada uma imagem com pixéis brancos e pixéis pretos. Os pixéis brancos são convertidos em pontos de luz a uma distância configurável do holograma. A figura 4.10 apresenta a reconstrução obtida com o algoritmo de reconstrução.

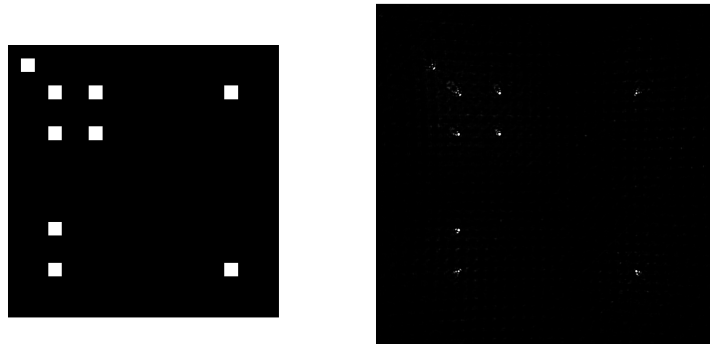


Figura 4.10: Reconstrução obtida com o algoritmo de simulação da iluminação de um holograma. A imagem da esquerda é a imagem contida no holograma e a imagem da direita é a imagem obtida no final do processo de reconstrução.

4.3 Resultados

O algoritmo desenvolvido com base na técnica de hologramas estereográficos de Mark Lucente foi construído com base na documentação disponível [Benton and Bove, 2008] [Lucente, 1995] [Lucente and Galyean, 1995], porém é actualmente impossível verificar se funciona ou não. Existem duas formas de verificar se funciona, imprimir o holograma e observar a difracção obtida com o mesmo ou simular o processo de reconstrução digitalmente. O grupo de Computação Gráfica do Departamento de Informática da Universidade do Minho não tem todo o equipamento necessário para o processo de reconstruir a imagem de holograma, além de que a impressão de um holograma estereográfico é bastante cara (impressão num elemento transparente com cerca de 16 centímetros com cerca de 44000dpi).

A única parte que é possível obter alguns resultados do holograma estereográfico é a difracção da luz com as *basis fringes*. Ao colocar uma *basis fringe* no algoritmo de reconstrução é possível observar que existe uma difracção da luz. Porém, não é possível dizer com certeza que o ângulo de difracção é o mesmo introduzido no processo de construção da *basis fringe*. A única conclusão que se consegue obter, através do processo de simulação, é que o ângulo de difracção diminui quando o ângulo de difracção inserido no processo de criação da *basis fringe* também diminui. Na figura 4.11 é possível observar a difracção de um ponto de luz com diversas *basis fringe* aplicadas.


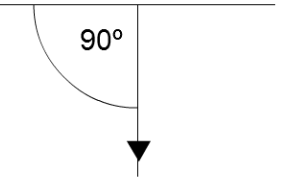
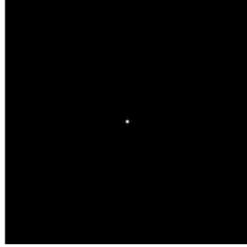

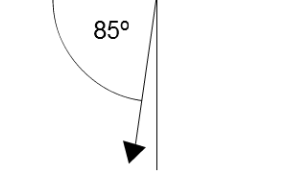
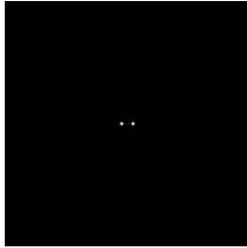
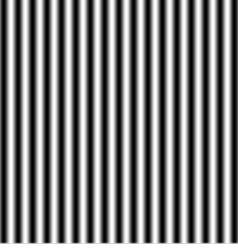
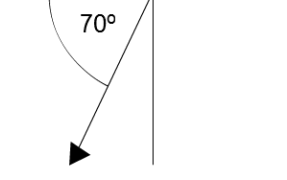
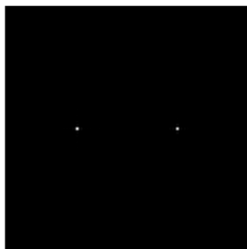
Basis fringe	Ângulo de difracção pretendido	Imagem obtida por simulação da difracção
		
		
		

Figura 4.11: Resultados da difracção da luz nas basis fringes.

Capítulo 5

Conclusão e Trabalho Futuro

A dissertação apresenta-se como um estudo introdutório e descritivo dos algoritmos escolhidos para a geração do holograma e reconstrução. A holografia digital é uma área com muito potencial, porém é uma área que obriga a ter excelentes conhecimentos em física óptica. Quem vem da área de informática e computação gráfica, encontra um grande obstáculo em compreender as bases da holografia. A holografia é uma técnica tridimensional bastante exigente, o seu estudo é bastante lento e os frutos desse estudo tendem a surgir muito tarde. A documentação não é abundante na área da holografia digital e tende a ser muito técnica. São raros os exemplos práticos, programas de geração de hologramas e reconstrução da imagem, dificultando ainda mais a implementação das técnicas existentes. Todos estes entraves são vistos como novos desafios e aliciam a continuação do estudo da holografia digital. A pouca documentação existente sobre holografia digital evidenciam uma área muito pouco estudada e uma possível área onde o grupo de Computação Gráfica do Departamento de Informática da Universidade do Minho se pode evidenciar.

O trabalho apresentado nesta dissertação requer algumas melhorias nos algoritmos desenvolvidos e uma correcta validação. O gerador de hologramas estereográficos precisa de ser validado através de uma simulação de reconstrução ou através de uma reconstrução óptica. Se numa reconstrução, os resultados forem bons este algoritmo pode servir de base para futuras evoluções, tais como: cor, melhor qualidade ou interactividade. O algoritmo de reconstrução está numa fase inicial, sendo praticamente um prova de conceito. A holografia digital é uma área que exige muitos recursos computacionais. É impossível para o algoritmo, tal como está, reconstruir hologramas mais complexos como são os hologramas

estereográficos. O algoritmo de reconstrução está limitado a cerca de 9 milhões de pontos por holograma por causa da memória. Um holograma estereográfico com 16 imagens de 256x144 pixels e 1024 pixels por *hogel* usa cerca de 17 milhões de pontos. É preciso encontrar formas de rentabilizar a memória do computador para que a reconstrução de hologramas estereográficos seja uma realidade.

O trabalho desenvolvido ao longo da preparação desta dissertação permitiu recolher e sistematizar os conhecimentos essenciais relacionados com a área da holografia óptica e, essencialmente, com a holografia gerada por computador. Esta sistematização resultou na implementação, parametrização e teste de dois algoritmos fundamentais no processo de síntese e validação de hologramas digitais. O primeiro consiste na síntese de hologramas estereográficos baseados numa técnica conhecida como *diffraction specific*. Este algoritmo constituir-se-á como uma primeira pedra a partir da qual se construirão novos desenvolvimentos no contexto do Grupo de Computação Gráfica deste Departamento. O segundo algoritmo reproduz a maquinaria matemática necessária para reconstruir imagens a partir de um holograma; esta funcionalidade é fundamental para validar os resultados do algoritmo anterior. Infelizmente, a complexidade deste algoritmo, tanto em tempo como memória, impediu a sua utilização com os resultados obtidos com a técnica *diffraction specific*. Estes obstáculos serão tratados no contexto de trabalho futuro.

Referências

- Ackermann, G. and Eichler, J. *Holography: a practical approach*. Physics textbook. Wiley-VCH, 2007. ISBN 9783527406630. [11](#), [45](#), [47](#)
- Anderson, Paul. “Advanced display technologies”. 2005. [34](#)
- Benton, Stephen A. and Bove, V. Michael, Jr. *Holographic Imaging*. Wiley-Interscience, New York, NY, USA, 2008. ISBN 9780470068069. [38](#), [45](#), [46](#), [47](#), [48](#), [49](#), [50](#), [70](#)
- Bernardo, Luís Miguel. *Histórias da Luz e das Cores, volume 1*. Universidade do Porto, 2005. ISBN 9789728025878. [6](#)
- Brown, B. R. and Lohmann, A. W. “Complex spatial filtering with binary masks”. *Appl. Opt.*, 5(6):967–969, Jun 1966. [43](#)
- Falk, D.S.; Brill, D.R.; and Stork, D.G. *Seeing the light: optics in nature, photography, color, vision, and holography*. Harper & Row, 1986. ISBN 9780060419912. [6](#)
- Favalora, Gregg E. “Volumetric 3d displays and application infrastructure”. *Computer*, 38:37 – 44, Aug 2005. [xii](#), [33](#)
- Hanak, Ivo. *Accelerating digital hologram generation*. PhD thesis, Cambridge, MA, USA, 2009. [56](#)
- Kartch, Daniel Aaron. *Efficient rendering and compression for full-parallax computer-generated holographic stereograms*. PhD thesis, Ithaca, NY, USA, 2000. [59](#)
- Kimura, Hidei; Uchiyama, Taro; and Yoshikawa, Hiroyuki. “Laser produced 3d display in the air”. In *ACM SIGGRAPH 2006 Emerging technologies*, SIGGRAPH '06, New York, NY, USA, 2006. ACM. ISBN 1-59593-364-6. [xii](#), [35](#)

- Klug, Michael A.; Klein, Arno; Plesniak, Wendy; and Chen, Benjie. "Optics for full-parallax holographic stereograms". In *SPIE Proc. Practical Holography XI*, 1997. 45
- Kreis, T. *Handbook of holographic interferometry: optical and digital methods*. Wiley-VCH, 2005. ISBN 9783527405466. 11
- Lucente, Mark. *Diffraction-specific fringe computation for electro-holography*. PhD thesis, Cambridge, MA, USA, 1995. Not available from Univ. Microfilms Int. 44, 45, 50, 51, 64, 65, 70
- Lucente, Mark. "Interactive three-dimensional holographic displays: seeing the future in depth". *SIGGRAPH Comput. Graph.*, 31:63–67, May 1997. 49
- Lucente, Mark and Galyean, Tinsley A. "Rendering interactive holographic images". In *Proceedings of the 22nd annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, SIGGRAPH '95, pages 387–394, New York, NY, USA, 1995. ACM. ISBN 0-89791-701-4. 70
- Okoshi, Takanori. *Three-Dimensional Imaging Techniques*. Atara Press, 2011. ISBN 9780982225141. 22
- Olsen, Kjell E. "Holographic multi-stereogram constructed from computer images : Applied 3-D printer". Master's thesis, University of Bergen, May 1996. 46
- Ozcan, Meric and Bayraktar, Muharrem. "Digital holography image reconstruction methods". *Proceedings of SPIE*, 7233:72330B–72330B–10, 2009. 53, 54
- Plesniak, Wendy; Halle, Michael; Bove, Jr. V. Michael; Barabas, James; and Pappu, Ravikanth. "Reconfigurable image projection holograms". *Optical Engineering*, 45(11): 115801, 2006. 59
- Rüdiger Paschotta, RP Photonics Consulting GmbH. "Coherent light from a bulb? @ON-LINE", November 2009. URL http://www.rp-photonics.com/spotlight_2009_11_03.html. 13
- Rosen, Joseph and Abookasis, David. "Holographic three-dimensional computer-aided imaging". volume 5821, pages 1–21. SPIE, 2005. 44
- Schnars, U. and Jueptner, W. *Digital holography: digital hologram recording, numerical reconstruction, and related techniques*. Springer, 2005. ISBN 9783540219347. 54

- SinisterWolf89. URL <http://s45.photobucket.com/albums/f51/SinisterWolf89/Backgrounds/?action=view¤t=waterwaveinterfere1200.jpg>. Imagem retirada do photobucket do utilizador SinisterWolf89. xi, 15
- Slinger, Chris; Cameron, Colin; and Stanley, Maurice. "Computer-generated holography as a generic display technology". *Computer*, 38:46–53, August 2005. 43
- Sullivan, Alan. "3 deep", April 2005. URL spectrum.ieee.org/computing/hardware/3-deep/. xii, 34
- Voelz, D.G. *Computational Fourier Optics: A Matlab Tutorial*. Tutorial texts in optical engineering. SPIE Press, 2011. ISBN 9780819482044. 54, 60
- Waters, James P. "Holographic image synthesis utilizing theoretical methods". *Applied Physics Letters*, 9:405–407, 1966. 43